



Fema440 EL 性能评估法简介及 ETABS 实现

筑信达 王雁飞

Pushover 方法又叫静力推覆分析方法，是非线性时程分析方法一种简化的分析技术，它模拟作用于结构上一定分布模式的侧向力逐渐增加直到结构破坏的过程，来评估结构的抗震性能。

尽管非线性时程分析方法是评估强烈地震作用下结构动力反应的最佳方法，但在实践过程中仍存在一些缺点，例如天然波随机性强、计算耗时长等。Pushover 方法与非线性时程分析方法相比存在一些优点，例如计算速度快、计算结果明确等，因此迄今为止，Pushover 方法在非线性能力分析中仍然作为非线性时程分析的补充方法而被广泛采用。



图 1 ETABS 引入的 Pushover 方法

对于 Pushover 方法，不同规范有不同的具体实现方法，如 Fema440 EL、EC8 Target Displacement、ASCE 41-13 NSP 等，ETABS 引入了其中部分方法，见图 1 所示，在【绘图类型】项可选择不同的方法，总体可以分为性能点法和目标位移法。本文以 Fema440 EL 性能点法为例进行详细介绍。

性能点法主要实现流程为：首先给结构构件指定塑性铰施加侧向力并进行推覆分析，得到多高层结构的基底剪力-顶点位移曲线；然后将多高层的基底剪力-顶点位移曲线与反应谱曲线均采用动力学公式变换为单自由度体系的谱加速度-谱位移曲线；再通过迭代法或者直接法找出性能点；最后找到性能点对应的层间位移及破坏程度。下文将详细介绍相关内容。

1. 理论基础介绍

1.1 基底剪力-顶点位移曲线变换为能力曲线

由于基底剪力-顶点位移曲线与反应谱曲线的坐标系不同，无法进行对比分析，所以首先需要将两个不同坐标系变换到相同的坐标系，下面将两者均变换到 S_a-S_d （谱加速度-谱位移）坐标系。

获得基底剪力-顶点位移曲线需要首先定义 Push 荷载工况，如图 2 所示，荷载分布模式设为按第一模态形状，加载采用位移控制。

计算过程如图 3 示意，左图展示了结构推覆力及相应基底剪力与顶点位移，中图为基底剪力-顶点位移曲线，右图为由基底剪力-顶点位移曲线变换得到的能力曲线（能力谱）。

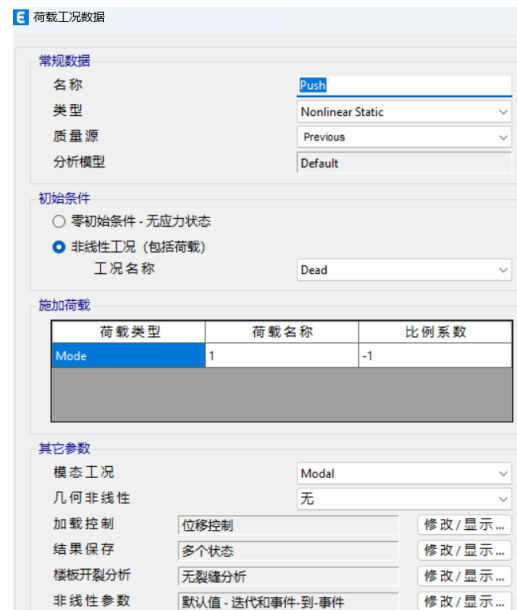


图 2 Push 工况定义

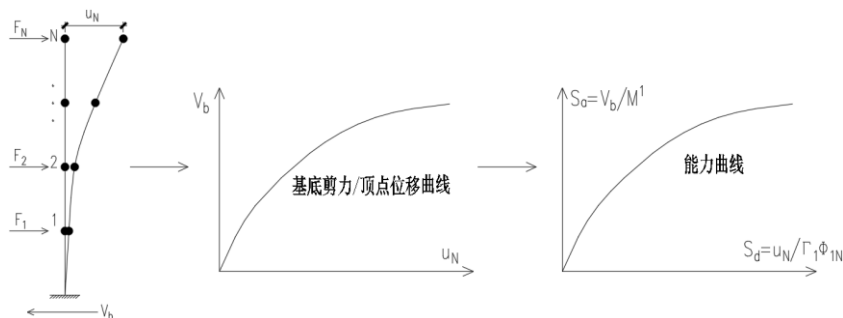


图 3 基底剪力/顶点位移曲线变换到能力曲线



图 3 中参数的意义如下：

V_b ——基底剪力；

u_N ——结构顶点位移；

$M^1 = \frac{(m_j \phi_{j1})^2}{m_j \phi_{j1}^2}$ ——第一模态的有效质量，下标中的 j 为由下到上第 j 层；（见[3]式 13.2.9a）

$\Gamma_1 = \frac{m_j \phi_{j1}}{m_j \phi_{j1}^2}$ ——第一模态参与系数，下标中的 j 为由下到上第 j 层；（见[3]式 13.2.3）

ϕ_{1N} ——第一模态第 N 节点的模态位移。

图 3 所示变换的物理意义为假设此多层结构的位移完全由第一模态构成，从而可以把多自由度体系转化为单自由度体系，以便与基于单自由度的反应谱的周期 T 与基底剪力 $(M \cdot S_a)$ 相对比。

1.2 反应谱变换为需求谱

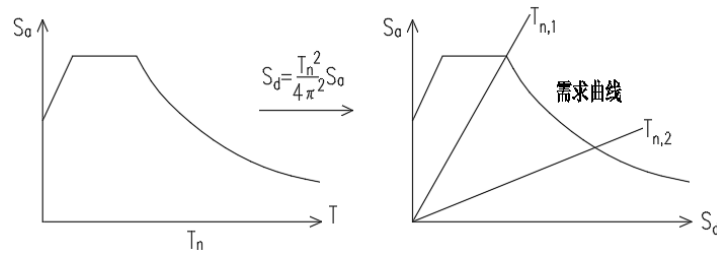


图 4 反应谱变换到需求谱

图 4 所示为将反应谱变换到需求谱（需求曲线）的过程，左图为反应谱，右图为需求谱，其中参数意义如下：

S_a ——谱加速度；

T ——结构周期；

T_n ——结构第 n 模态周期；

S_d ——谱位移。

变换后将基于单自由度反应谱的周期与谱加速度的关系，转化为谱位移与谱加速度的关系。 $S_a - S_d$ 坐标系内自原点出发每条射线上的点均为等周期，图 4 右图中 $T_{n,1}$ 和 $T_{n,2}$ 两条射线对应不同的周期值。

1.3 性能点概念的引出

经过图 3 和图 4 的变换后，基底剪力-顶点位移曲线和反应谱曲线拥有了相同的坐标系，从而可以将两者画在一张图上进行分析。通过式 1 可以看出，在图 4 的 $S_a - S_d$ 坐标系中，周期射线由 S_a 轴向 S_d 轴转动时结构周期 T 逐渐增大。

$$S_a = S_d \omega^2, \omega = \frac{2\pi}{T}, T = 2\pi \sqrt{\frac{S_d}{S_a}} \quad (\text{式 1}) \quad (\text{见[3]式 6.6.3})$$

一条反应谱对应某个地震烈度的一个特定的总阻尼比，则由反应谱变换而来的一条需求谱也对应一个总阻尼比，不同的总阻尼比对应一个需求谱族（即相同地震烈度不同总阻尼比的曲线族），需求谱族（图 5 中紫色曲线）由上到下总阻尼比逐渐增大（最上面那条需求谱总阻尼比对于混凝土结构一般取 0.05，代表出现塑性较前弹性结构的初始阻尼比）。

基底剪力-顶点位移曲线与能力曲线一一对应，进入曲线段后随位移增大塑性较出较数量逐渐增多（图 5 中绿色曲线），出较数量决定了耗能量，耗能量又决定了对结构的附加阻尼比，总阻尼比 $\beta_T = \text{初始阻尼比}\beta_0 + \text{附加阻尼比}\beta_a$ 。能力曲线在初始的直线段具有初始周期 T_0 与 β_0 （取 0.05），随着出现第一个塑性较结构进入曲线段，即开始出现 β_a ，越向右延伸出较越多， β_a 及 β_T 越大；出较越多结构进入塑性的部位越多，从而结构越柔，结构越柔周期越长，所以能力谱进入曲线段后越向上/向右延伸周期越长。

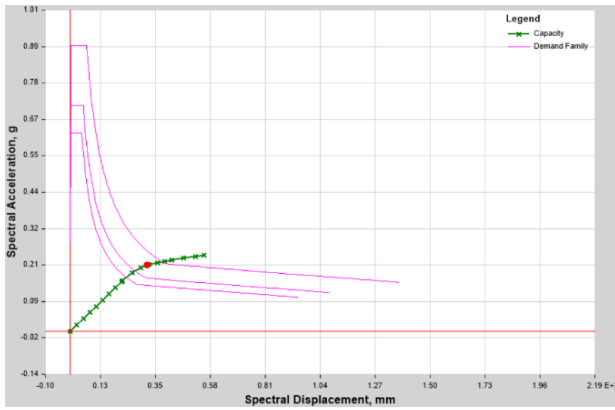


图 5 ETABS 需求谱族及能力谱示意图

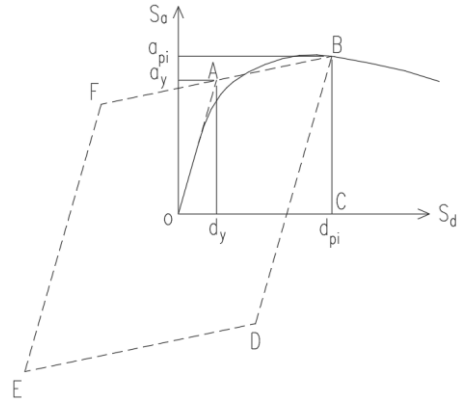


图 6 等效双折线确定方法

能力谱与某个烈度的需求谱族有无数个交点（见图 5 中紫色与绿色曲线交点），由于在同一坐标系，交点处两条曲线的 $S_a/S_d/T$ 均相等，但交点处两者的总阻尼比不一定相等。能力谱与需求谱族无数个交点中两条曲线总阻尼比相等的交点叫做性能点，因为能力谱向右上延伸、需求谱向左下延伸且在此过程中两者总阻尼比都由 0.05 逐渐增加，理论上只要结构承载能力足够一定存在一个两者 β_T 相同的交点（即性能点），不存在性能点意味着结构无法承担这个烈度的地震力。

1.4 双折线等效

首先通过等效方法得到能力曲线上任一点的双折线。等效双折线的第一段与能力曲线的弹性段重合，等效双折线 A 点的坐标按照折线 OABCO 与能力曲线 OBCO 面积相等的原则确定，见图 6 所示。图 6 中平行四边形的面积为结构振动一个周期消耗的能量，此方法的物理意义是能力曲线按耗能等价转换为双折线以便计算出一个周期的耗能。在图 6 中定义延性比 $\mu = d_{pi}/d_y$ 。

1.5 阻尼比的理论求法

第 1.3 小节提到的性能点为具有相同 β_T 的需求谱与能力谱的交点，具有不同 β_T 的需求谱可以利用规范公式方便画出，而能力谱进入曲线段后每一点的总阻尼比可以采用下面理论公式求出。

$$\beta_T = \beta_0 + \beta_a, \quad \beta_a = \frac{1}{4\pi} \frac{E_D}{E_S} \quad (\text{式 2}) \quad (\text{见}[3]\text{式 3.9.2})$$

式中：

β_0 ——初始阻尼比，可取为 0.05（为能力谱初始直线段的阻尼比）；

β_a ——根据能量等效求出的能力谱 B 点处（见图 6 中 B 点）附加阻尼比；

β_T ——B 点处的总阻尼比；

E_D ——一个周期内阻尼耗能，为图 6 中平行四边形的面积；

E_S ——结构应变能的 2 倍，为图 6 中矩形 $od_{pi}Ba_{pi}$ 的面积。

根据几何关系 β_a 为 $a_y/d_{pi}/d_y/a_{pi}$ 四个参数的函数，而延性比 μ 是 d_{pi}/d_y 的函数，因此 β_a 和 μ 互为函数关系。

本小节为阻尼比理论求法，1.6 小节为 FEMA440 采用的修正后的方法。

1.6 阻尼比的 FEMA440 求法

因为不同塑性铰耗能能力不同（塑性铰耗能能力体现在滞回曲线的饱满程度），而耗能能力会对结构的周期和阻尼比产生影响（这些影响 1.5 节理论方法无法体现），进一步会影响性能点的求取。为了得到更有针对性的结果，FEMA440 在理论求法基础上考虑不同的塑性铰滞回曲线形状对周期和阻尼比进行了参数化修正，修正后的周期及阻尼比称为等效周期和等效阻尼比。

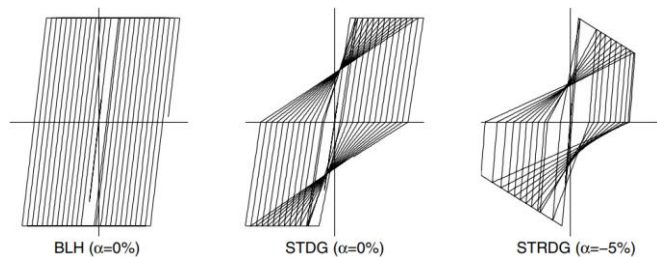


图 7 三种塑性铰滞回曲线（FEMA440 Figure 6-3）



首先基于图 7 三种滞回曲线中一种查出一系列特性系数 (FEMA440 Table 6-1/6-2), 这一系列特性系数的本质是考虑不同滞回曲线的饱满程度对周期和阻尼比进行修正得到等效周期和等效阻尼比, 即图 6 所示能力曲线上每个点对应的一对理论周期和理论阻尼比被调整为一对新的等效周期和等效阻尼比。

由 T_0 (弹性周期: $2\pi\sqrt{\frac{d_y}{a_y}}$)、 μ 及相关特性参数通过 FEMA440 相关公式可以得到 B 点等效周期 T_{eff} 。

再由 T_0 、 T_{eff} 、 μ 及相关特性参数通过 FEMA440 相关公式得到 B 点等效附加阻尼比 β_a 和等效阻尼比 β_{eff} (即修正后的 β_T)。

2. ETABS 中的实现

2.1 模型及参数介绍

采用 ETABS 进行分析, 整体结构为八层框架结构, 初始阻尼比为 0.05, 特征周期为 0.55s, 地震影响系数最大值为 0.9, 反应谱曲线见图 8。采用图 2 所示与第一模态成正比的侧向力进行推覆分析, 得到的基底剪力-顶点位移曲线见图 9。

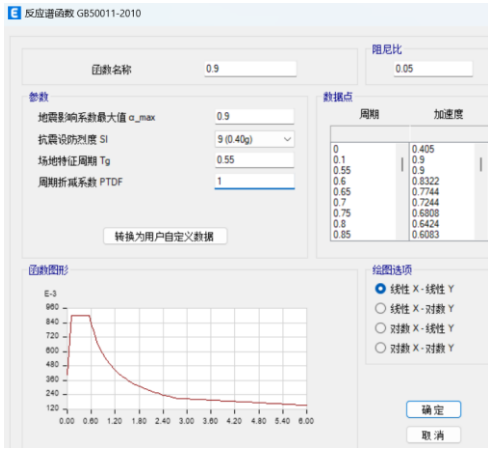


图 8 反应谱函数

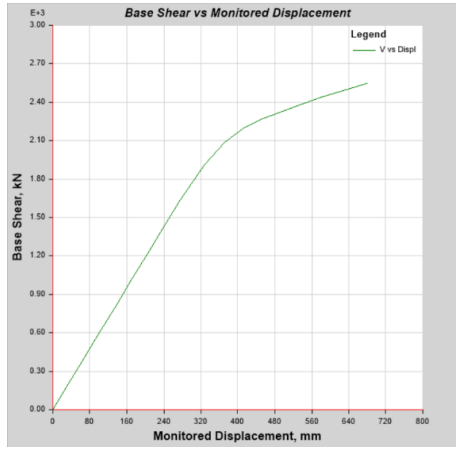


图 9 基底剪力-顶点位移曲线

下面采用 FEMA440 EL 性能点法计算此框架承受图 8 所示 8 度罕遇地震 0.9g (加速度为 8820mm/s^2) 时的性能点。ETABS 参数见图 10 所示, 参数说明见表 1。

名称	Pushover	单一需求谱	显示	是
定义	FEMA 440 EL	线型	实线	
绘图类型	FEMA 440 EL	线宽	3 像素	
荷载工况	Push	颜色	Red	
图例类型	合并	常周期线	显示	是
设置		周期	0.5; 1; 1.5; 2	
坐标轴	Sa - Sd	线型	实线	
显示相关需求	是	线宽	1 像素(常规)	
需求谱		颜色	Cyan	
来源	自定义函数	阻尼参数	阻尼比	0.05
函数名称	0.9	有效阻尼	自定义	
SF (mm/sec ²)	9800	A	4.2	
周期参数		B	-0.83	
有效周期	默认值	C	10	
能力谱曲线		D	1.6	
显示	是	E	22	
线型	实线	F	0.4	
线宽	2 像素	周期参数	有效周期	自定义
颜色	Green	G	0.11	
需求谱族		H	-0.018	
显示	是	I	0.09	
延性比	1; 1.5; 2; 2.5	J	0.14	
线型	实线	K	0.77	
线宽	1 像素(常规)	L	0.05	
颜色	Magenta			

图 10 ETABS 参数设置



表 1 FEMA440 EL 参数说明

类别	分项	说明
定义	绘图类型	选“FEMA 440 EL”，表示采用 FEMA 440 中规定的方法求性能点。
	荷载工况	选“Push”，即为绘制基底剪力-顶点位移曲线采用的工况。
设置	坐标轴	选“ $S_a - S_d$ ”表示横坐标为谱位移，纵坐标为谱加速度。
需求谱	来源	可选择自定义或者程序内置函数，这里选自定义。
	函数名称	反应谱函数名称，这里选择图 6 中定义的名为“0.9”的反应谱，
	SF(mm/sec ²)	SF 为比例因子，mm/sec ² 为单位，取为重力加速度的数值 9800mm/sec ² 。
阻尼参数	阻尼比	输入初始阻尼比 0.05。
	有效阻尼	分别有两个选项，一个是自定义，即根据选用的塑性较类型对应的不同的滞回曲线特性系数来计算有效阻尼，另一个是默认值（采用程序内置适用于常见情况的参数）。
	有效周期	分别有两个选项，一个是自定义，即根据选用的塑性较类型对应的不同的滞回曲线特性系数来计算有效周期，另一个是默认值（采用程序内置适用于常见情况的参数）。
能力谱曲线	-	这里设置能力谱曲线的可见性及显示效果。
需求谱族	-	这里设置需求谱族的可见性及显示效果。
	延性比	可以定义并显示多个延性比对应的需求谱。根据 1.5 小节 β_r 与延性比 μ 存在对应关系，所以对对应于每个延性比 μ 有一条需求谱。
单一需求谱	含义	为图 9 中的粗红线，它由多个可能的性能点连线而成。这里设置其可见性及显示效果。
常周期线	含义	为图 9 中蓝线所示的自原点出发的射线。这里设置其可见性及显示效果。

2.2 性能点计算结果解读

对有效阻尼和有效周期采用程序默认值进行计算，计算结果见图 11，其中红线与绿线的交点为性能点。性能点寻找方法在 FEMA-440 中有三种，前两种是迭代法，第三种是直接求法，ETABS 中采用了第三种方法，即“MADRS Locus of Possible Performance Points”方法，中文可翻译为“调整的需求谱可能性能点轨迹法”。图 11 中红线为可能性能点的轨迹线，其与能力曲线的交点即为性能点，表 2 为图 11 中各分项解释。

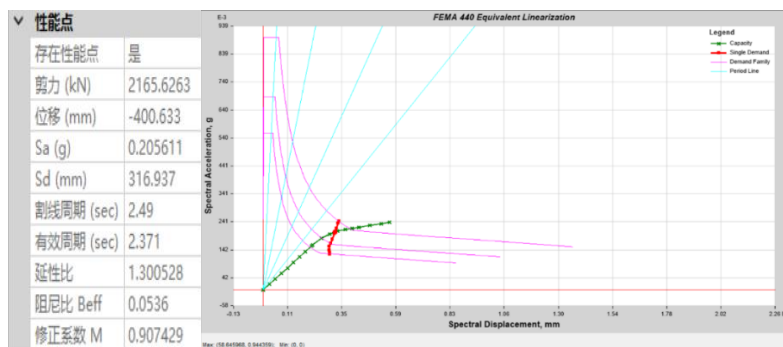


图 11 性能点处各参数计算结果

表 2 性能点参数说明

分项	说明
剪力、位移	指由性能点坐标根据图 1 中公式反算的基底剪力和控制点位移。
Sa、Sd	指性能点纵、横坐标。



割线周期	指性能点对应的周期, $T = 2\pi\sqrt{\frac{S_d}{S_a}} = 6.28\sqrt{\frac{0.2-9800}{316.937}} = 2.49S$ 。
有效周期	是延性比的函数, 根据 FEMA440 公式(6-7)~(6-9)公式计算, 一般要小于割线周期。
延性比	为 $\mu = d_{pi}/d_y$, d_y 与 d_{pi} 分别对应于图 4 中平行四边形的 A、B 点。
阻尼比	为 $\beta_T = 0.0536$, 因图 10【阻尼参数—阻尼比】中的阻尼比为 $\beta_0 = 0.05$, 可知 $\beta_a = \beta_T - \beta_0 = 0.0536 - 0.05 = 0.0036$, 理论详见 1.5 小节所述。
修正系数 M	为 $M = \left(\frac{T_{eff}}{T_{sec}}\right)^2 = \left(\frac{2.371}{2.49}\right)^2 = 0.907$, 见 FEMA440 (式 6-14)。

2.3 性能水准确定

找到性能点后, 可以查得性能点处基底剪力为 2165.6kN, 顶点位移为 401mm。采用绘图函数表格可以查得基底剪力 2165.6kN 对应于 11~12 加载步, 见图 12 所示。

然后偏于安全的查看与第 11 加载步对应的各层层间位移角及出铰数量/铰破坏程度, 见图 13 所示, 即此烈度地震力对应的破坏程度, 进一步可参考相关规范确定对应的性能水准要求。

Step	Base FX kN
0	0
1	-202.2236
2	-404.4472
3	-606.6708
4	-808.8944
5	-1011.118
6	-1213.3416
7	-1415.5652
8	-1617.7888
9	-1820.0124
10	-1913.7728
11	-2088.0973
12	-2204.4105
13	-2272.2841
14	-2319.1597
15	-2366.0353
16	-2437.6796
17	-2503.1875
18	-2547.4526

图 12 加载步与基底剪力对应图

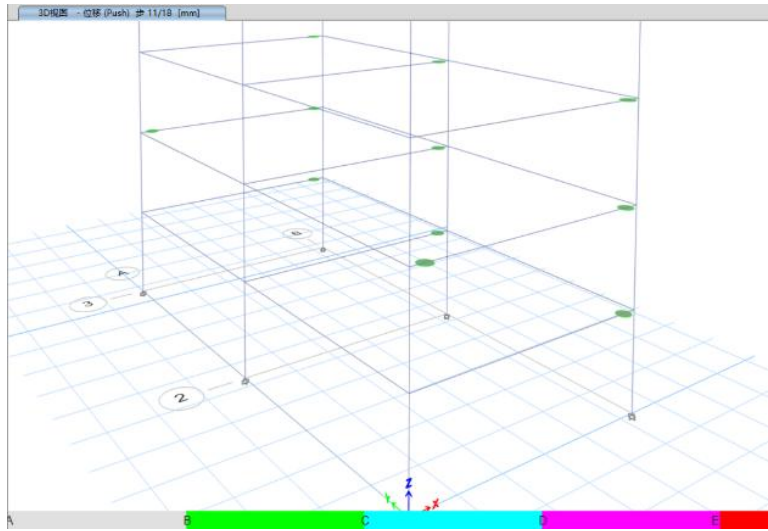


图 13 第 11 加载步出铰状态

3. 总结

Pushover 方法是一种静力方法, 有计算结果确定性强的优点, 但计算中无法考虑非线性时程分析才能考虑的往复运动中的塑性铰滞回特性, 因而由基底剪力—顶点位移曲线转换得到的能力谱也无法体现塑性铰的滞回特性。为了弥补这一理论上的不足, FEMA440 采用塑性铰滞回曲线特性参数体现塑性铰耗能性能的不同, 从而提升了 Pushover 方法的适用性和精确度。需要强调的是, 需求谱及能力谱均与塑性铰滞回曲线特性参数无关, 此参数仅在确定能力谱上任一点的 β_a 时起作用, 因而仅在确定性能点时起作用。ETABS 全面实现了定义塑性铰、获取基底剪力—顶点位移曲线、求性能点等 Pushover 分析全过程, 用户可以方便地进行指定地震烈度的结构抗震性能判断, 和非线性时程分析形成了很好的相互补充。

参考资料

- [1] Improvement of Nonlinear Static Seismic Analysis Procedures FEMA 440[S]. June 2005.
- [2] Capacity-Demand-Disgram Methods For Estimating Deformation of Inelastic Systems[C]. Anil K. Chopra and Rakesh K. Goel March in Collaboration with Degenkolb Engineers 27, 2002.
- [3] DYNAMICS OF STRUCTURES Theory and Applications to Earthquake Engineering. Anil K. Chopra University of California at Berkeley, Fourth Edition.