



非线性直接积分法的设置与应用

筑信达 吴文博

ETABS 中有两种弹塑性时程分析方法，分别是非线性模态分析法（FNA 法）和非线性直接积分法。其中 FNA 适合于带有少量非线性连接单元的结构，计算速度快是其主要优点，在减隔震分析中多被采用；而非线性直接积分法适用范围更广，适用于除时间相关效应外的所有非线性行为，适用性强是其主要优点，在大震弹塑性时程分析当中多被采用。本文主要介绍非线性直接积分法的相关设置与应用。

1. 时程分析的步骤

1.1 时程函数定义

用户可以通过**定义>函数>时程函数**，进行时程函数的导入，通常我们可以采用来自于文件的方式将地震波文件导入 ETABS 中，目前支持的地震波格式主要为.txt 或.dat 文件。

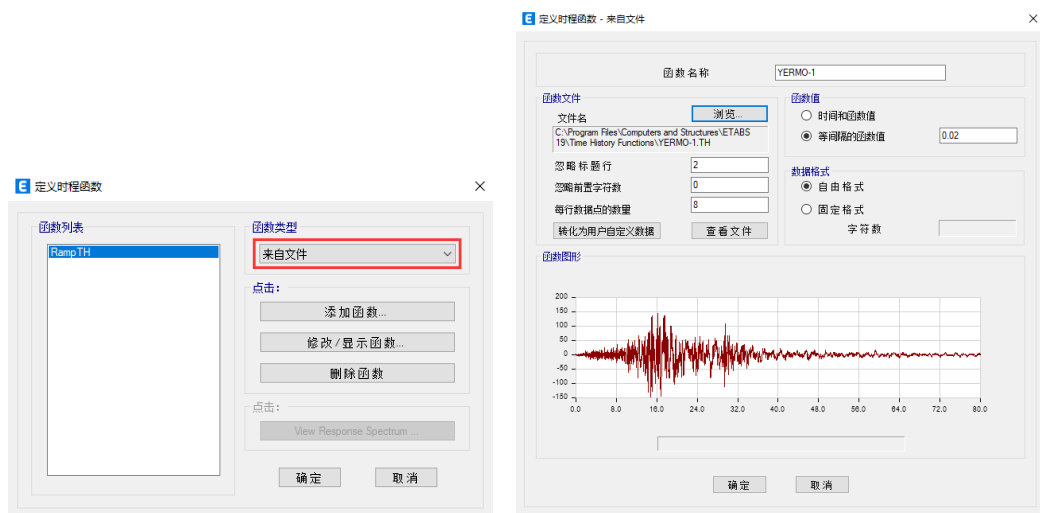


图 1 地震波导入

我国规范规定，时程分析中必须要采用一条人工波，ETABS 可以通过匹配反应谱的方式生成人工波。ETABS 在生成人工波时，不但考虑了人工波要在频谱和幅值上与反应谱吻合，还考虑了地震波的持时特性。从图 2 中可以看出人工波（红色曲线）与天然波（蓝色曲线）的持时特性吻合得很好。生成人工波的方法有两种，一种为频域方法，另一种为时域方法。一般来讲，时域方法匹配的效果更好一些，但是花费的时间更多。

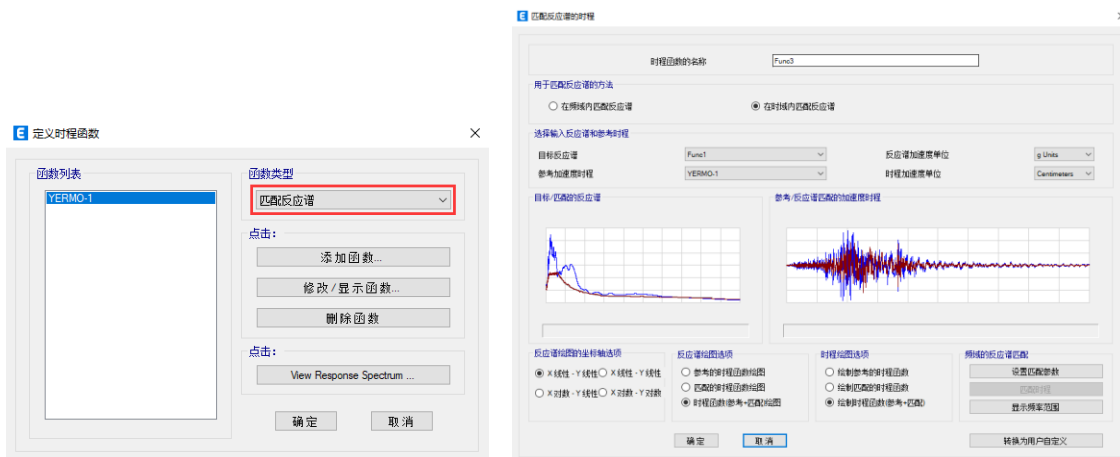


图 2 生成人工波



1.2 初始重力工况

在进行非线性时程分析之前，需要先对结构施加重力荷载，重力荷载通常使用非线性静力工况或者阶段施工工况模拟，某些情况下也可采用非线性时程工况模拟。用户需要注意的是，**前置的非线性静力工况或阶段施工工况应采用与后续的非线性时程工况相同的几何非线性设置**，这样可以确保前后工况几何刚度矩阵的一致性，否则可能会出现计算结果异常或无法收敛等情况。用户可以通过**定义>荷载工况**，工况类型选择“Nonlinear Static”或“Nonlinear Staged Construction”定义重力工况。

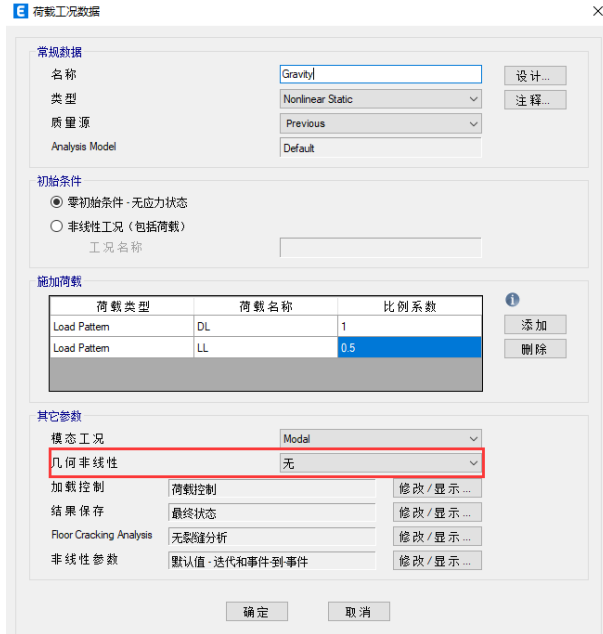


图 3 初始重力工况

1.3 非线性时程工况定义

用户可以通过**定义>荷载工况**，工况类型选择“Time History”和“Nonlinear Direct Integration”，添加一个非线性直接积分法时程工况。



图 4 非线性直接积分法时程工况



初始条件。初始条件一栏，用户需要接力重力荷载的计算结果。

施加荷载。荷载类型通常选择加速度；荷载名称 U1 对应 X 方向，U2 对应 Y 方向，U3 则对应 Z 方向；函数选择所需的地震波；比例系数用于调整地震波峰值，需要注意的是，函数文件是不包含单位的，用户可以通过点击右侧的圆点获取当前的单位。例如函数 YERMO-1 的最大值为 400，当前单位为 mm/s²，而目标输入地震动峰值为 400cm/s²，那么比例系数应输入 10。

几何非线性。几何非线性可选择无、P-Delta 以及 P-Delta 和大位移三种形式，对于绝大多数结构仅考虑 P-Delta 是足够精确的，对于一些带有索、膜或者其他变形很大的结构，需要考虑 P-Delta 和大位移。考虑大位移后，应设置更小的收敛容差以保证计算精度，但分析的收敛性会更差一些，计算时长也会显著增加，用户应酌情选用。再次提醒用户注意的是，**前置工况与后续工况的几何非线性类型应保持一致。**

时间步数量与时间步长。程序的计算总时长为时间步数量乘以时间步长，总时长应满足规范要求不小于 5T1。时间步长的设置需要注意，一般情况下可以设置与地震波时间间隔相同，但是为满足精度要求，时间步长不宜大于所关心周期的 1/10。另外需要注意的是，此处输入的是结果保存步长，而非分析步长。当时间步长小于地震波间隔时，分析步长按时间步长取值；当时间步长大于地震波间隔时，分析步长按地震波间隔取值。

阻尼、时间积分方法和非线性参数设置由于涉及内容较多，在下文中详细展开讨论。

2. 阻尼设置

ETABS 中有两种设置阻尼的方式，一种为瑞利阻尼，一种为模态阻尼。瑞利阻尼是在直接积分时程分析中常用的阻尼形式，我们曾经在技术通讯文章“[瑞利阻尼的应用](#)”中有过详细的阐述，本文主要介绍模态阻尼的设置。

ETABS 和 SAP2000 都允许用户在直接积分时程分析工况中采用模态阻尼。当用户采用模态阻尼的形式时，阻尼矩阵按下式确定：

$$C_{modal} = \sum_{i=1}^N \frac{4\pi}{T_i} \xi_i (M\phi_i)(M\phi_i)^T$$

其中 T_i 、 ξ_i 和 ϕ_i 分别是模态 i 的周期、阻尼系数和振型； N 是模态总数，由最大频率控制。图 5 左图红框部分为瑞尼阻尼设置框。图 5 左图蓝框部分为模态阻尼设置框，这里需要输入考虑模态阻尼的最大频率值。点击下方按钮弹出图 5 右图所示对话框，用于详细定义模态阻尼数值。

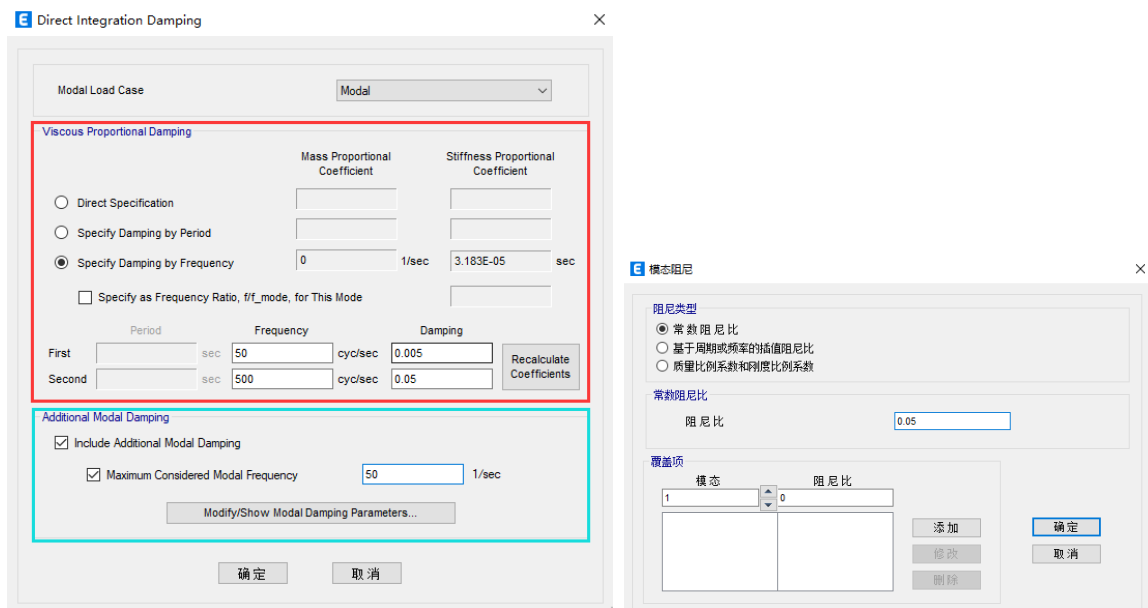


图 5 阻尼设置



用户使用时应当注意，模态阻尼仅对最大频率之前的模态位移（低频振动）存在阻尼，而高频振动部分则处于无阻尼状态。因此建议将模态阻尼和刚度比例阻尼结合使用。如图 5 所示，在模态阻尼的基础上，另附加一个**刚度比例阻尼**用于抑制高频振动。例如，如果模态阻尼影响的最高阶模态频率为 f ，可以指定频率 f 和 $10f$ 对应的刚度比例阻尼分别为 0.005 和 0.05，程序则自动计算出一个刚度比例系数，用于给不受模态阻尼衰减的高频振动提供刚度比例阻尼。

为验证上述讨论，现对某结构进行非线性直接积分时程分析，阻尼设置分别采用“仅模态阻尼”与“模态阻尼+刚度比例阻尼”的两种形式，为考察阻尼的作用，模型并未包含材料非线性，计算结果如图 6 中所示。可以看出，如果不考虑刚度比例阻尼的话，高频能量逐渐累积，计算结果整体呈发散状，而考虑刚度比例阻尼后，高频能量被耗散，高频振动被有效控制。

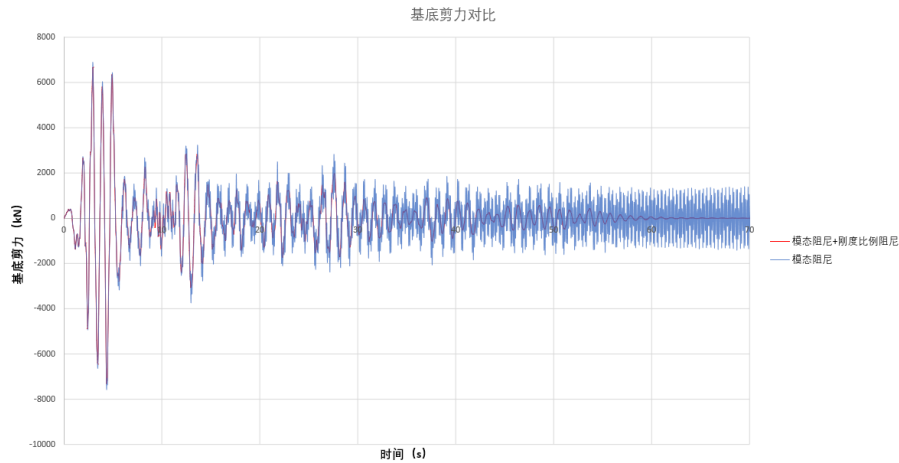


图 6 不同阻尼设置下的结构响应

3. 时间积分方法

ETABS 中包含了多种时间积分方法，如图 7，均为隐式算法。

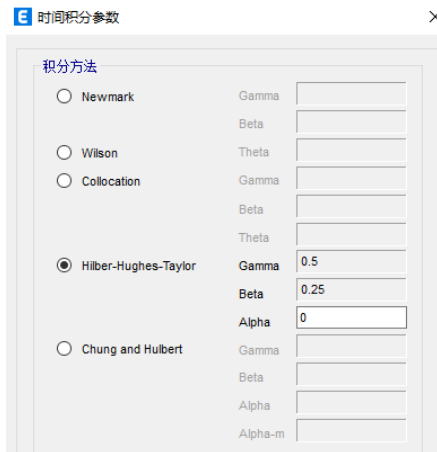


图 7 时间积分参数

本文主要介绍 Newmark 方法和 Hilber-Hughes-Taylor α 方法。

Newmark 方法

直接使用泰勒公式展开可得到下述方程：

$$u_n = u_{n-1} + \Delta t \dot{u}_{n-1} + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{u}_{n-1} + \frac{\Delta t^3}{6} \dddot{u}_{n-1} + \dots \quad (1)$$

$$\dot{u}_n = \dot{u}_{n-1} + \Delta t \ddot{u}_{n-1} + \frac{\Delta t^2}{2} \dddot{u}_{n-1} + \dots \quad (2)$$

将这些方程截断并以下式进行表达：



$$u_n = u_{n-1} + \Delta t \dot{u}_{n-1} + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{u}_{n-1} + \beta \Delta t^3 \dddot{u}_{n-1} \quad (3)$$

$$\dot{u}_n = \dot{u}_{n-1} + \Delta t \ddot{u}_{n-1} + \gamma \Delta t^2 \dddot{u}_{n-1} \quad (4)$$

假定加速度在时间步长内是线性的,

$$\ddot{u} = \frac{(\dot{u}_t - \dot{u}_{t-1})}{\Delta t} \quad (5)$$

将式 (5) 代入式 (3) (4) 可产生标准形式的 Newmark 方程:

$$u_n = u_{n-1} + \Delta t \dot{u}_{n-1} + \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \Delta t^2 \ddot{u}_{n-1} + \beta \Delta t^2 \ddot{u}_n \quad (6)$$

$$\dot{u}_n = \dot{u}_{n-1} + (1 - \gamma) \Delta t \ddot{u}_{n-1} + \gamma \Delta t \ddot{u}_n \quad (7)$$

当 $\gamma = 1/2$ 及 $\beta = 1/4$ 时, Newmark 方法与平均加速度法相同, 这种方法在 Perform3D 中被默认采用; 当 $\gamma = 1/2$ 及 $\beta = 1/6$ 时, Newmark 方法与线加速度法相同。当 γ 大于 $1/2$ 时, 会引入误差, 这些误差与数值阻尼和周期延长有关。

Hilber-Hughes-Taylor α 方法

α 方法是使用 Newmark 方法求解下列运动方程:

$$M\ddot{u}_n + (1 + \alpha)C\dot{u}_n + (1 + \alpha)Ku_t = (1 + \alpha)P_n - \alpha P_{n-1} + \alpha C\dot{u}_{n-1} + \alpha Ku_{n-1} \quad (8)$$

α 的取值范围为 $[-1/3, 0)$, α 为算法阻尼, α 值越小, 阻尼越大, 当 α 等于 0 时, 此方法退化为平均加速度法, 无算法阻尼。 α 值会在高阶模态中产生数值能量耗能, 产生类似刚度比例阻尼的效果, 但是不相同的是, α 值引起的数值阻尼会随着时间步长的减小而减小, 对于常规的地震波间隔, α 值取为 $-0.05 \sim -0.02$ 是合适的。这种方法在 ETABS 中为默认方法, 我们也建议用户采用这种时间积分方法, 并设置恰当的 α 值。

4. 非线性参数介绍

非线性参数中主要讨论求解策略的选择, 目前 ETABS 提供了三种求解策略: “仅迭代” (Iterative Only)、“迭代+事件到事件” (Iterative Event-to-Event) 以及 “仅事件到事件方法” (Event-to-Event Only)。

仅迭代 (Iterative Only)。ETABS 中提供了两种迭代方法, 一种为常刚度迭代 (如图 9 左), 另一种为 NR 迭代 (如图 9 右)。这两种迭代方法各有优劣, 常刚度迭代法由于切线刚度矩阵只需要计算一次, 因此每一次迭代的速度比较快, 但所需的迭代步数比较多, 适合一些非线性程度比较低, 比较容易收敛的结构; NR 迭代由于每迭代一次就要生成一次切线刚度矩阵, 在此会花费较多时间, 但是收敛所需的步数较少, 当结构可能出现强非线性, 或者需要考虑大位移等效应时, 建议采用 NR 迭代。程序默认常刚度迭代次数为 10 次, NR 迭代次数为 40 次, 程序会优先采用常刚度迭代, 如果达到迭代次数而无法收敛则改用 NR 迭代。

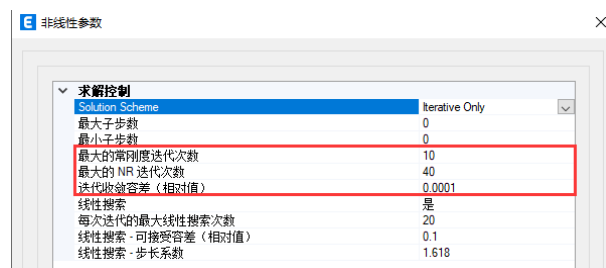


图 8 仅迭代的求解策略

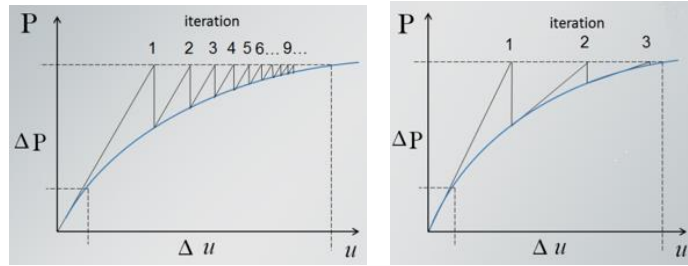


图9 常刚度迭代与NR迭代

ETABS 中采用力的迭代收敛容差，默认的相对容差值为 0.0001，这一般来讲是比较小的，对于常规结构 0.01~0.001 的相对容差值是合适的。适当减小收敛容差对分析的收敛性，以及计算时间的减少都有很大好处，而对精度的损失并不大。但是对于索、膜等需要考虑大位移效应的结构，建议使用默认的相对收敛容差，甚至更小的收敛容差。对于大型模型，“仅迭代”的求解策略是我们比较推荐的，其优点是计算时间短，且有不错的收敛性。

仅事件到事件 (Event-to-Event Only)。事件到事件方法是一个更加线性化的算法，这种方法仅在触发“事件”后才修正结构刚度。当构件发生屈服、从较骨架曲线的 B 点向 C 点过渡、卸载等行为时，程序判定触发“事件”。事件到事件的方法每一步会产生微小的不平衡力，但是这些不平衡力并不会在整个时程范围内累积。如果采用“仅事件到事件”方法，**不会出现收敛失败的情况，但是用户需要在分析日志文件 (.log 文件) 中查看不平衡力是否可以接受。**“仅事件到事件”的方法适用于框架铰、分层壳、具有多段线性塑性/缝/钩/摩擦擦/三摆行为的连接单元。注意，对于使用 damper (粘滞阻尼器) 单元、Wen 塑性单元和橡胶隔振器等连接单元的结构，以及带有索等需考虑大位移的结构不应使用“仅事件到事件”方法。

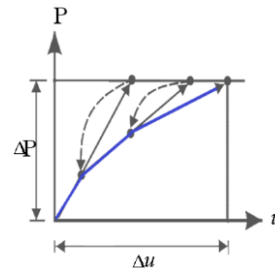
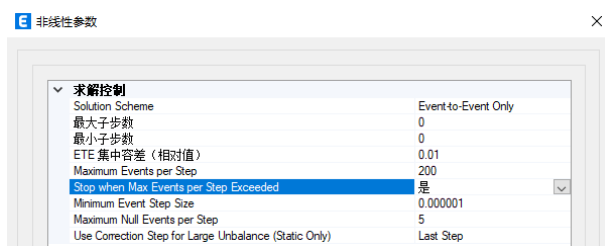


图10 事件到事件的求解策略

迭代+事件到事件 (Iterative Event-to-Event)。这种方法是将事件到事件的求解策略融入每一个时间步中，当迭代的方式无法收敛时，事件到事件的求解策略开始生效，这样即增加了收敛性，又不需检查不平衡力，但是求解时间一般是三种方法中最长的，ETABS 默认采用此种求解策略。

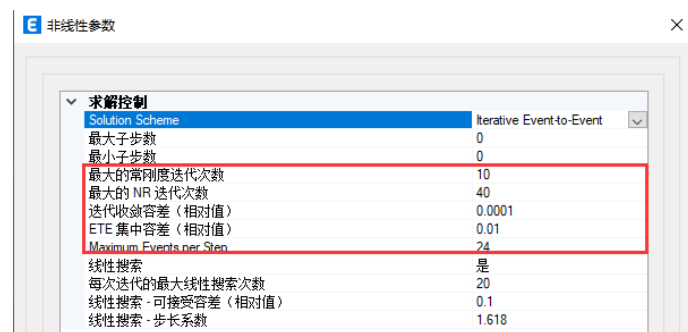


图11 迭代+事件到事件的求解策略

其他的选项设置限于篇幅不再展开，用户可使用默认值，或参考最新版《CSI 分析参考手册》进行相关设置。

5. 其他注意事项

求解器。ETABS 中有三个求解器，分别是标准求解器、高级求解器和多线程求解器，这三种求解器的区别可以查看知识库“[求解器解析](#)”。用户可以通过分析>SAPFire 高级选项进行求解器设置。一般来讲，我们推荐首先采用标准求解器求解模



态结果，由于标准求解器会给出所有警告信息，建议用户处理掉所有警告，然后再采用多线程求解器进行非线性时程分析。提前处理警告信息，不但能提高后期非线性分析的收敛性，也可以大大缩短分析时间，达到“磨刀不误砍柴工”的效果。

此外如果选择了分析进程中的独立进程，程序可以同时运行多个时程工况，时程工况的数量目前不超过 8 个或 CPU 物理内核的数量。



图 12 求解器选项



图 13 非线性铰的分析模型

铰的模拟。ETABS 目前有两种模拟铰的方法，一种是单元属性，另一种是连接单元。用户可以通过**分析>非线性铰的分析模型**选择铰的模拟方法，如图 13 所示。这里我们强烈推荐采用单元属性，采用单元属性的收敛性和计算时间均远远优于使用连接单元。采用连接单元的优势在于适用于 FNA 法，但是 FNA 法并不适合于大量非线性行为的场合，另外如果存在分层壳、单拉杆件、索或者需要考虑几何非线性的情况下，FNA 法并不适用。因此，大多数情况适合采用单元属性模拟铰。

6. 小结

本文首先介绍了非线性时程分析的基本步骤。注意，在定义初始重力工况和非线性直接积分法时程工况时，应保持前置工况与后续工况的几何非线性设置一致。

接下来，详细介绍了阻尼参数的设置。使用模态阻尼时，应添加刚度阻尼以耗散高频能量；时间积分法的选择与参数设置，特别是 Hilber-Hughes-Taylor α 方法中 α 的作用与取值，适当的算法阻尼可以过滤不必要的高频成分；非线性参数中求解策略的特点与适用情况，“仅迭代”方法，计算速度快，适合大部分情况，“仅事件到事件”方法不会收敛失效，但是需要用户校核不平衡力，而“迭代+事件到事件”方法虽然牺牲了一些计算速度，但是在时间步内会满足收敛容差，是程序的默认方法。

最后介绍了求解器的类型，推荐首先采用标准求解器求解模态结果，处理掉所有警告信息，然后再采用多线程求解器进行非线性时程分析。此外，关于铰的模拟方式，推荐采用单元模拟的方式。

参考资料

- [1] Computers & Structures Inc., 北京筑信达工程咨询有限公司. CSI 分析参考手册. 2019
- [2] Computers & Structures Inc. ETABS v18.1.1 联机帮助文档. 2020