

温度作用（一）：均匀升温

1 模型信息

如图 1 所示，本例采用 SAP2000 实体单元，计算方形板在沿截面厚度均匀升温的温度作用下沿 X 和 Y 方向的正应力。

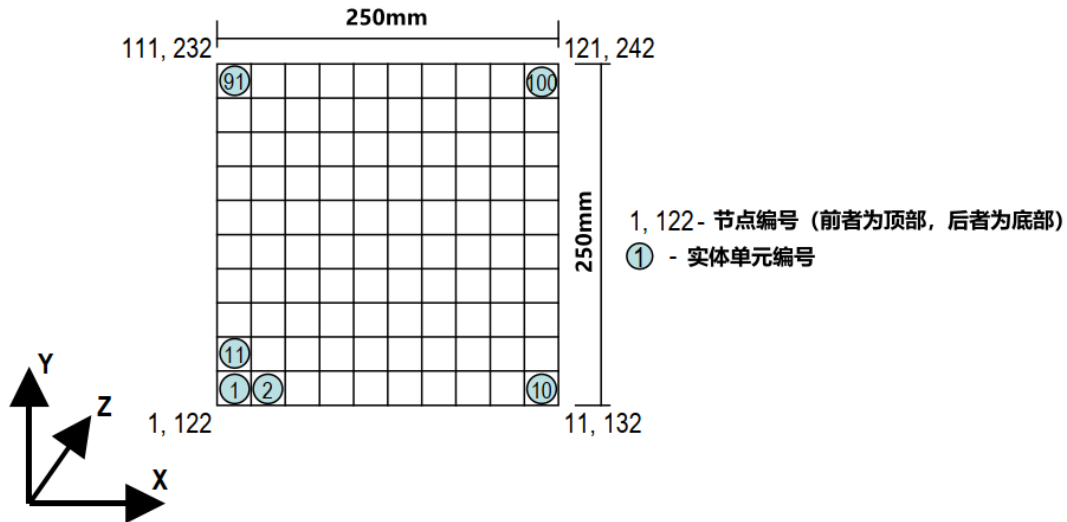


图 1 方形板的平面示意图

1.1 几何尺寸

- 长度：H=250mm
- 宽度：R=250mm
- 厚度：t=25mm

1.2 材料属性

- 弹性模量： $E = 70GPa$
- 泊松比： $\nu = 0.25$
- 线膨胀系数： $\alpha = 1.0 \times 10^{-5}$

1.3 边界条件

底部四条边的节点约束全部三个平动自由度，顶部四条边的节点约束 X 和 Y 方向的平动自由度，不约束 Z 向的平动自由度。该边界条件约束方形板的平面内位移，即 X 和 Y 方向的正应变 $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$ 。

注意，顶部节点释放 Z 向（即厚度方向）的平动自由度，可以保证 Z 向正应力为零，以免由于泊松效应影响面正应力的计算结果。

1.4 施加荷载

方形板均匀升温 $T=55^\circ C$

2 理论计算

基于弹性力学理论计算方形板的平面应力场，具体如下：

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y) - \frac{\alpha TE}{1-\nu} = -\frac{\alpha TE}{1-\nu} = -51.33\text{MPa}$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x) - \frac{\alpha TE}{1-\nu} = -\frac{\alpha TE}{1-\nu} = -51.33\text{MPa}$$

3 SAP2000 实体单元的计算结果分析及其与理论解的对比

实体单元属于空间连续体单元，每个节点有三个平动自由度，无转动自由度。如图 1 所示，本例采用 10x10x1 的网格密度，由于方形板的常应变场无弯曲变形，也不存在“剪切锁死”问题，故协调实体元和非协调实体元的计算结果均与理论解相同，如表 1 所示。

表 1 实体单元分析结果

应力分量	SAP2000	理论值	误差
正应力 σ_x	-51.33	-51.33	0%
正应力 σ_y	-51.33	-51.33	0%



温度作用（二）：温度梯度

1 模型信息

如图 1 所示，本例分别采用 SAP2000 中的薄壳单元和厚壳单元，计算环形板在沿截面厚度线性变化的温度梯度作用下的位移和内力，同时对比不同网格密度对计算精度的影响。具体计算的位移和内力分量为：

- 内边缘：竖向位移、绕环向的转角和绕环向的弯矩；
- 外边缘：绕径向的弯矩。

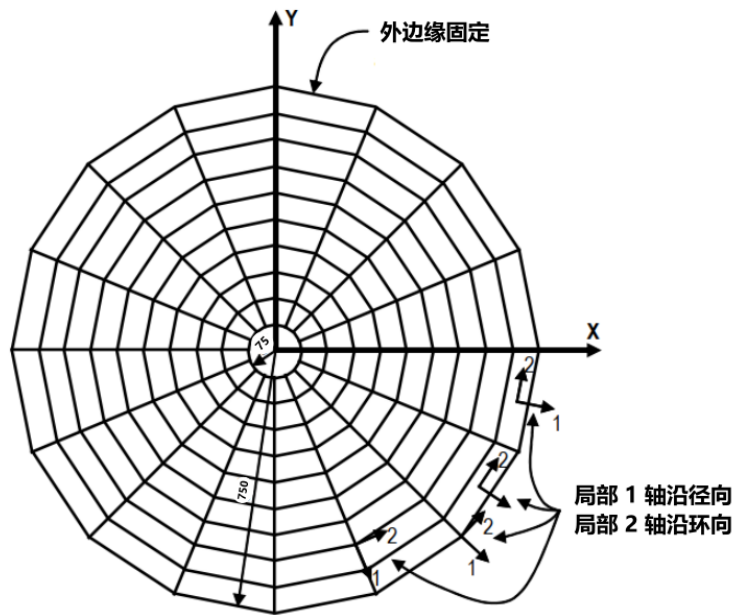


图 1 环形板的平面示意图

1.1 几何尺寸

- 厚度： $t = 25mm$
- 内径： $R_i = 75mm$
- 外径： $R_o = 750mm$

1.2 材料属性

- 弹性模量： $E = 200GPa$
- 泊松比： $\nu = 0.3$
- 线膨胀系数： $\alpha = 1.17 \times 10^{-5}$

1.3 边界条件

外边缘节点约束全部自由度，内边缘节点无约束。

注意，为了便于对比理论计算的极坐标解答，SAP2000 中节点和壳单元的局部坐标系应符合“局部 1 沿径向，局部 2 轴沿环向”的要求，如图 1 所示。

1.4 施加荷载

环形板的底面温度比顶面温度高 $\Delta T=55^{\circ}\text{C}$ ，即温度梯度为 $55/25=2.2^{\circ}\text{C}/\text{mm}$ 。

2 理论计算

根据弹性力学中环形板的极坐标解答，计算环向板在温度梯度作用下的位移和内力结果。具体如下：

- 内边缘的竖向位移

$$\frac{R_i}{R_o} = 0.1 \text{ 时, } K_z = 0.0330$$

$$u_z = K_z \frac{\alpha \Delta T R_o^2}{t} = 0.478 \text{ mm}$$

- 内边缘绕环向的转角

$$\frac{R_i}{R_o} = 0.1 \text{ 时, } K_{\theta} = 0.1805$$

$$r_2 = K_{\theta} \frac{\alpha \Delta T R_o}{t} = 0.0035 \text{ rad}$$

- 内边缘绕环向的弯矩

$$\frac{R_i}{R_o} = 0.1 \text{ 时, } K_{M_t} = 2.5526, \quad D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$$

$$M_{22} = K_{M_t} \frac{\alpha \Delta T D}{t} = 18.8 \text{ kN} \cdot \text{m} / \text{m}$$

- 外边缘绕径向的弯矩

$$\frac{R_i}{R_o} = 0.1 \text{ 时, } K_{M_r} = 1.2635, \quad D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$$

$$M_{11} = K_{M_r} \frac{\alpha \Delta T D}{t} = 9.31 \text{ kN} \cdot \text{m} / \text{m}$$

3 SAP2000 各类单元的计算结果分析及其与理论解的对比

本例对比 9x16 和 28x32 两种网格密度对计算精度的影响，9 和 28 为环形板的径向单元数量，16 和 32 为环形板的环向单元数量。

注意，用户应在利用旋转拉伸或柱面轴网绘制几何模型时增加环向单元数量，而非对粗糙网格直接加密，否则无法提高计算精度。此外，由于环形板在内边缘附近的应力梯度较大，故径向的单元尺寸从内到外逐步增大为 5 倍，如图 2 所示。



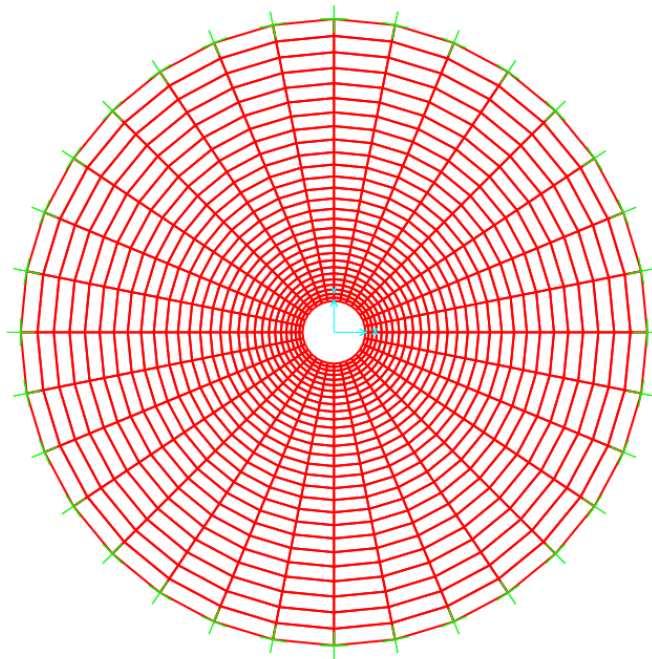


图 2 环形板的平面示意图（网格加密）

3.1 薄壳单元

薄壳单元由薄板单元和膜单元组合而成，包括三节点三角形单元和四节点四边形单元，每个节点有三个平动自由度和三个转动自由度。如表 1 所示，随着网格密度的增加，SAP2000 计算结果逐步逼近解析解。

表 1 薄壳单元分析结果

位移或内力	网格密度	SAP2000	理论值	误差
内边缘 竖向位移 u_z	9 x 16	0.471	0.478	-1%
	28 x 32	0.476		0%
内边缘 绕环向的转角 r_2	9 x 16	0.0034	0.0035	-2%
	28 x 32	0.0035		0%
内边缘 绕环向的弯矩 M_{22}	9 x 16	17.1	18.8	-9%
	28 x 32	18.7		0%
外边缘 绕径向的弯矩 M_{11}	9 x 16	9.31	9.31	0%
	28 x 32	9.31		0%

3.2 厚壳单元

SAP2000 厚壳单元的主要力学性能与薄壳单元相同，但可以更准确地考虑横向剪切变形对计算结果的影响。如表 2 所示，随着网格密度的增加，SAP2000 计算结果逐步逼近解析解。

有限元案例分析

表 2 厚壳单元分析结果

位移或内力	网格密度	SAP2000	理论值	误差
内边缘 竖向位移 u_z	9 x 16	0.440	0.478	-8%
	28 x 32	0.471		-2%
内边缘 绕环向的转角 r_2	9 x 16	0.0031	0.0035	-12%
	28 x 32	0.0034		-2%
内边缘 绕环向的弯矩 M_{22}	9 x 16	19.1	18.8	2%
	28 x 32	18.9		1%
外边缘 绕径向的弯矩 M_{11}	9 x 16	9.33	9.31	0%
	28 x 32	9.31		0%

