

CiSDesigner

筑信达 截面设计软件 技术汇编



北京筑信达工程咨询有限公司
北京市古城西街 19 号研发主楼 4 层,
100043

目录

1. 筑信达截面设计软件 CiSDesigner 技术说明书

2. 底层框架部分承担地震倾覆力矩计算方法

李楚舒、李立、刘春明、张志国,《建筑结构》2014 年 3 月上

3. 结构设计中如何全面考虑 $P-\Delta$ 效应

李楚舒、李立、刘春明、魏旭豪,《建筑结构》2014 年 3 月上

4. 有关结构抗震设计底部剪力系数的讨论

李楚舒、李立、王龙,第二十三届全国高层建筑结构学术会议论文

5. 附加偏心距和 $P-\delta$ 效应相关规定的演化与讨论

李楚舒、李立、陈云波、芮继东,第五届全国建筑结构技术交流会议论文

6. P-M-M 相关面的生成及其形状讨论

李楚舒、陈云波、芮继东、李立,讨论稿

7. 基于应变状态讨论我国钢筋混凝土梁正截面承载力设计存在的问题

李楚舒、芮继东、李立、陈云波,讨论稿

联络



公司地址: 北京市石景山区古城西街 19 号研发主楼 4 层

公司电话: 010 - 6892 4600

公司网址: www.cisec.cn

在线支持: support.cisec.cn

知识库: wiki.cisec.cn



订阅微信



关注微博

筑信达截面设计软件技术说明书

(CiSDesigner V1.2.4)

北京筑信达工程咨询有限公司

2015 年 10 月

目 录

1. 概述.....	1
1.1. 引用规范.....	1
1.2. 内部定义及术语说明.....	1
1.1.1. 坐标轴.....	1
1.1.2. 力的正负.....	2
1.1.3. 弯矩的正负.....	2
1.1.4. 角度定义.....	2
1.1.5. 网格化（纤维化）.....	2
1.1.6. 内力矢量角度.....	2
1.1.7. 重心轴.....	3
1.1.8. 应变面转角.....	3
1.1.9. 原始 P-M 曲线.....	3
1.1.10. 指定角度 P-M 曲线.....	3
1.1.11. 承载比（Capacity Ratio, D/C）.....	3
2. 截面承载力计算.....	4
2.1. 一般规定.....	4
2.2. 截面重心计算.....	5
2.3. 截面内力计算.....	5
2.4. 截面承载力计算.....	5
2.5. P-M 曲线及内力值调整.....	7
2.6. 轴压稳定验证.....	7
2.7. 截面承载比计算.....	8
2.8. 其它说明.....	8
3. 柱截面设计.....	9
3.1. 内部计算流程.....	9
3.2. 常规柱截面设计.....	9
3.2.1. 二次效应计算.....	9
3.2.2. 附加偏心产生的弯矩.....	10
3.2.3. 用户输入内力最终计算公式.....	10

3.2.4.	截面配筋.....	10
3.3.	异形柱截面设计.....	11
3.3.1.	承载力计算.....	11
3.3.2.	截面配筋.....	11
3.4.	型钢柱截面设计.....	12
3.4.1.	型钢分块.....	12
3.4.2.	承载力计算.....	12
3.4.3.	截面配筋.....	13
4.	柱截面校核.....	13

1. 概述

筑信达截面设计软件（以下简称 CiSDesigner）是一个混凝土柱（以后还会增加梁）截面设计和校核的工具软件，主要功能及特点如下：

1. 采用符合钢筋混凝土正截面极限状态承载力基本理论的独创快速算法，利用纤维截面，正确高效地计算各种截面类型和配筋形式的 PMM 相关包络面。
2. 对配筋参数进行优化设计，在满足规范规定和用户设置的前提下，给出多种配筋方案供用户选择；按配筋率最小来排列配筋方案，选筋满足规范对配筋率和钢筋间距的要求。
3. 可以进行正截面极限承载力进行设计和校核的截面类型包括：矩形、圆形、工字型等普通钢筋混凝土柱截面，L 型、T 型、十字型等异形柱截面，型钢混凝土柱截面，及任意形状截面类型和布筋形式。
4. 可以选择空间矢量（P, M, M）算法或 MM 向量（等轴力）算法进行承载能力比（Capacity Ratio）验算；分别提供两种承载比定义的加载路径演示，包括加载过程的截面应变分布及弯矩曲率（M- ϕ ）图。
5. 详细的计算书生成，包括规范规定的附加偏心距计算和 P- δ 效应等相关参数计算；
6. ETABS 工程导入，包括所有截面类型和设计内力，自动生成每个构件的实际配筋多种方案。

1.1. 引用规范

CiSDesigner 目前可以进行常规混凝土柱截面（包括矩形、圆形、工字型、任意多边形）、异形柱截面（包括 T 型、L 型、十字型）以及型钢柱截面的设计和校核，引用及实现的规范有：

1. 《混凝土结构设计规范》（GB50010-2010）
2. 《混凝土异形柱结构技术规程》（ JGJ 149-2006 ）
3. 《型钢混凝土组合结构技术规程》（ JGJ138-2001 ）
4. 《建筑结构荷载规范》（GB50009-2012）
5. 《建筑抗震设计规范》（GB50011-2010）

1.2. 内部定义及术语说明

1.1.1. 坐标轴

CiSDesigner 中用到两种坐标轴定义：

- X-Y 平面坐标系统，X 轴向右，Y 轴向上，用户定义型钢的界面以及添加通用截面时会用到；
- 1-2-3 三维坐标系统，1 轴定义为从原点向外（沿构件长度方向），2 轴向右，3 轴向上；

1

1.1.2. 力的正负

压力为正值，拉力为负值。

1.1.3. 弯矩的正负

2 轴和 3 轴正轴区受压产生的弯矩定义为正值，负轴区受压产生的弯矩定义为负值。

1.1.4. 角度定义

X-Y 平面坐标系角度定义以 X 轴正向为 0 度，Y 轴正向为 90 度，X 轴负向位置为 180 度，Y 轴负向位置为 270 度。

1-2-3 三维坐标系角度定义以 3 轴（M3 轴）的正向位置为 0 度，2 轴（M2 轴）正向位置为 90 度，3 轴（M3 轴）负向位置为 180 度，2 轴（M2 轴）负向位置为 270 度。

1.1.5. 网格化（纤维化）

把混凝土截面或者型钢划分成很小的小块，每个小块我们称之为一个网格（纤维）单元，然后分别计算每个单元产生的应力，计算时假定单元产生的应力与单元形心的应变以及单元的面积成正比，也就是假定单元任意位置的应变与其形心的应变都是一样的，单元内的应变是均匀的。

1.1.6. 内力矢量角度

内力矢量与 M3 轴正向的夹角。例如图 1-1 中，在左侧的 P-M 曲线图中可以看到内力的矢量角度为 45 度，在右边的 M-M 曲线图中可以看到这个内力点位于与 M3 轴成 45 度角的蓝色线上，内力矢量角度的意义为内力点与原点的连线和 M3 轴正向的夹角。

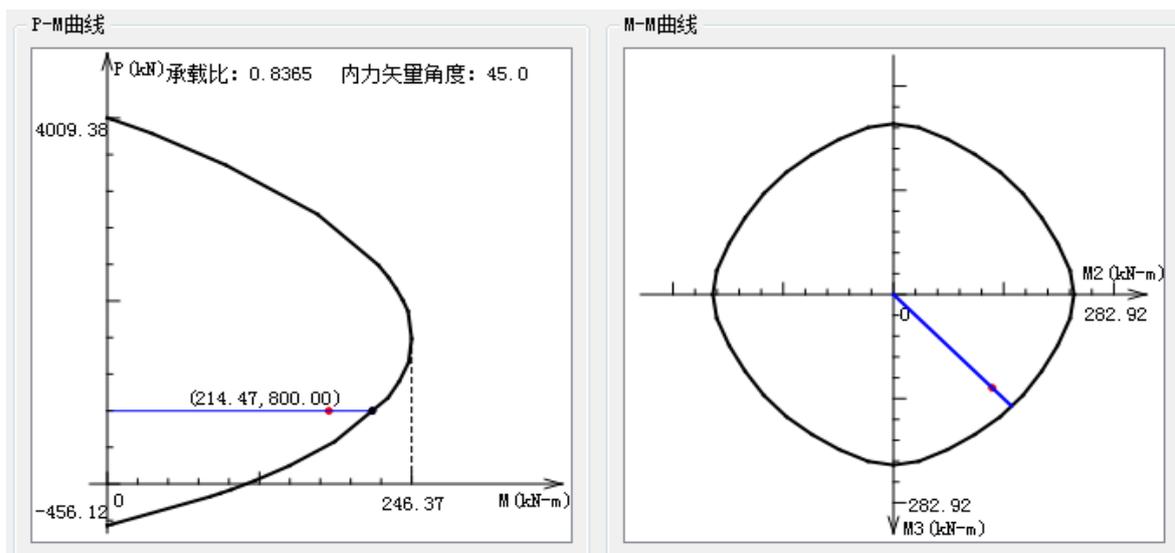


图 1-1

1.1.7. 重心轴

经过截面重心而且平行于中和轴的直线。

1.1.8. 应变面转角

截面应变平面中和轴与 3 轴正向的夹角，或者说重心轴与 3 轴正向的夹角。

1.1.9. 原始 P-M 曲线

指一系列重心轴相同的截面应变状态的内力点连接起来的曲线。

1.1.10. 指定角度 P-M 曲线

指一系列内力矢量角度相同的内力点连接起来的曲线。

1.1.11. 承载比 (Capacity Ratio, D/C)

承载比取不小于零的正值，有两种不同的计算方法，P-M-M 空间矢量算法和 MM 向量算法。P-M-M 空间矢量算法时的承载比计算方法见图 1-2，在内力矢量角度所在的 P-M 图上从原点（图 1-2 中两条坐标轴的交点）画一条到内力点（红色点）的直线（蓝色斜线），从原点到内力点的线段长度与这条线与 P-M 曲线的交点（蓝线右端的蓝色点）到原点的长度的比值我们定义为这个内力的承载比；MM 向量算法时的承载比计算方法见图 1-3，以内力点的 P 值画一条水平线，这条线与 P 轴的交点为原点，

与 P-M 曲线的交点为最大承载力点，内点到原点的线段长度与最大承载力点到原点的线段长度的比值定义为 MM 向量算法的承载比，在图 1-2 与图 1-3 中可以看到使用不同的算法时同样参数及配筋的截面、同样的内力在不同的计算方法时承载比是可能不一样的。如果输入的内力只有轴力没有弯矩，这时承载比是内力的轴力与截面所能承受的最大轴力的比值，这种情况下两种方法计算的承载比是一样的，如果输入的是压力，那么就是压力与截面所能承受的最大压应力的比值，如果输入的是拉力，则就是拉力与截面所能承受的最大拉应力的比值。

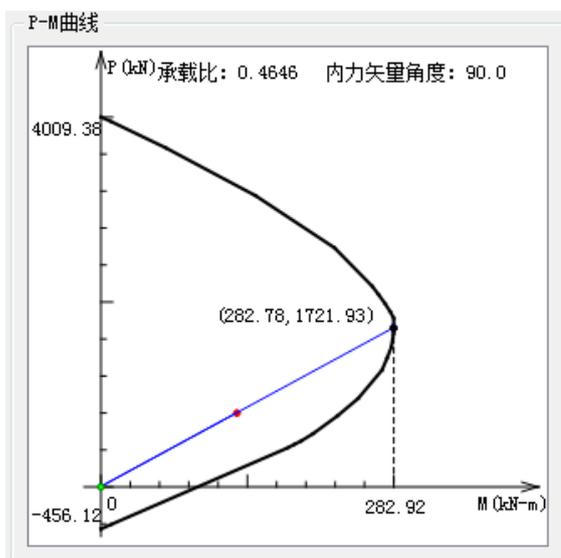


图 1-2

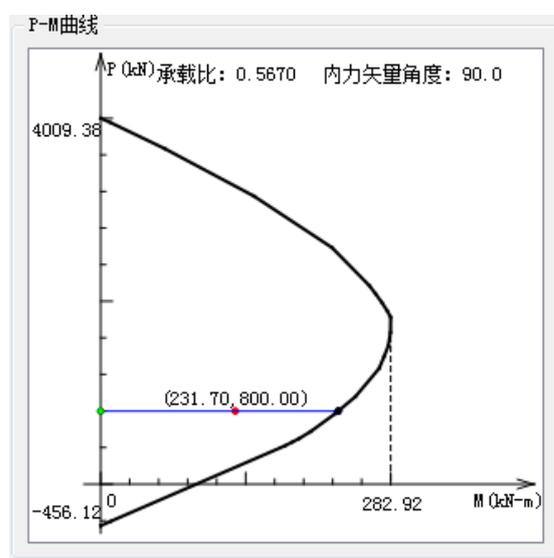


图 1-3

2. 截面承载力计算

2.1. 一般规定

截面承载力计算采用《混凝土结构设计规范》(GB50010-2010) 6.2.1 (P34) 定义的相关规定，包括：

1. 平截面假定，既假定截面应变保持平面。
2. 不考虑混凝土抗拉强度。
3. 混凝土应力应变关系采用《混凝土结构设计规范》(GB50010-2010) 6.2.1 (P34) 中的公式 6.2.1-1 到 6.2.1-5 进行计算。

当 $\epsilon_c \leq \epsilon_0$ 时

$$\sigma_c = f_c \left[1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right)^n \right]$$

当 $\epsilon_0 < \epsilon_c \leq \epsilon_{cu}$ 时

$$\sigma_c = f_c$$

$$n = 2 - \frac{1}{60} (f_{cu,k} - 50)$$

$$\epsilon_0 = 0.002 + 0.5 (f_{cu,k} - 50) \times 10^{-5}$$

$$\varepsilon_{cu} = 0.0033 - (f_{cu,k} - 50) \times 10^{-5}$$

4. 钢筋、型钢应力取钢筋应变与弹性模量的乘积，但其绝对值不大于其抗拉、抗压强度的设计值，既满足《混凝土结构设计规范》(GB50010-2010) 6.2.1 (P34) 中的公式 6.2.1-6。

$$-f'_y \leq \sigma_{si} \leq f_y$$

2.2. 截面重心计算

非型钢柱混凝土截面重心只计算混凝土的面积（不扣除钢筋所占面积）；型钢柱混凝土截面重心计算时考虑混凝土面积（不扣除钢筋所占面积，但扣除型钢所占面积）以及型钢面积并各自按其弹性模量加权。

2.3. 截面内力计算

所有截面的内力计算方法都采用《混凝土结构设计规范》(GB50010-2010) 附录 E (P226) 中规定的方法进行。首先把截面的混凝土、钢筋、型钢划分为多个单元，根据截面的应变状态分别计算每个单元的应变与应力，截面内力为所有单元的内力之和。

截面内力计算时会根据用户全局参数设置来确定是否扣除钢筋处的混凝土面积（默认会扣除）。但型钢处的混凝土面积确定会扣除，不受全局参数设置的影响。

截面内力弯矩值计算方法为对截面重心取距。

2.4. 截面承载力计算

截面承载力计算采用极限状态计算方法，首先确定一系列的截面应变状态，见图 1-4，然后根据每个应变状态计算截面的内力，所有截面内力状态点连起来就形成一条原始 P-M 曲线，一条典型的 P-M 曲线（这个曲线上所有点的重心轴是相同的，但中和轴只是都平行于重心轴，并不一定位于相同位置）如图 1-5。

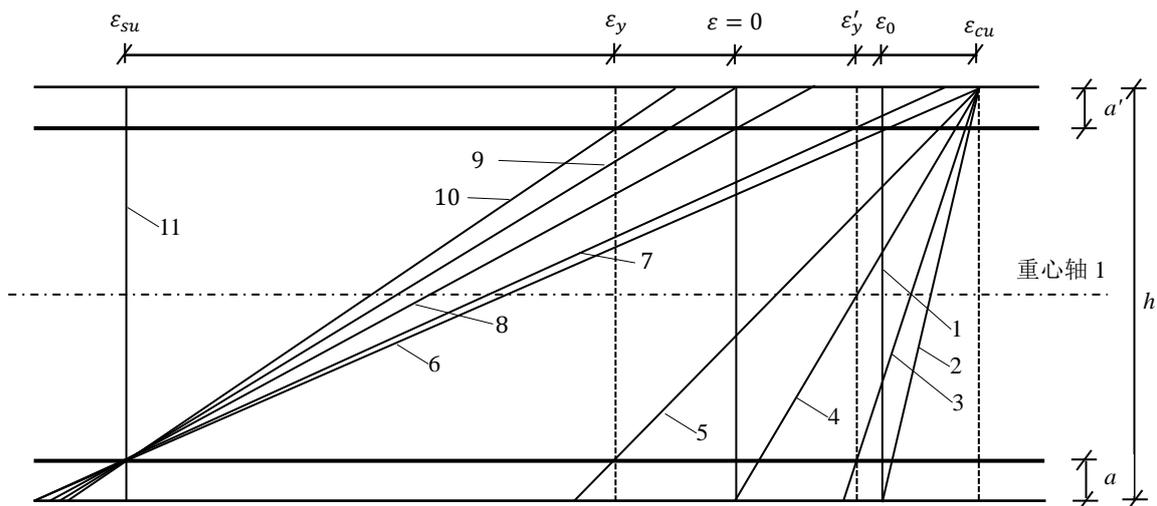


图 1-4 截面应变状态示意图

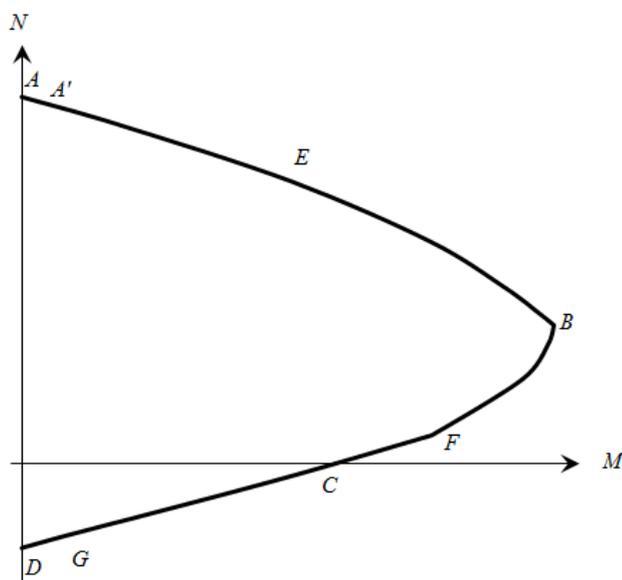


图 1-5 典型的 P-M 曲线示意图

最后我们旋转重心轴（经过截面重心而且平行于中和轴的直线）后重复上面的计算过程，就可以得到截面承载力的三维 P-M-M 包络图，如图 1-6。默认 CiSDesigner 会旋转重心轴 36 次，就是说每 10 度计算一条原始 P-M 曲线。

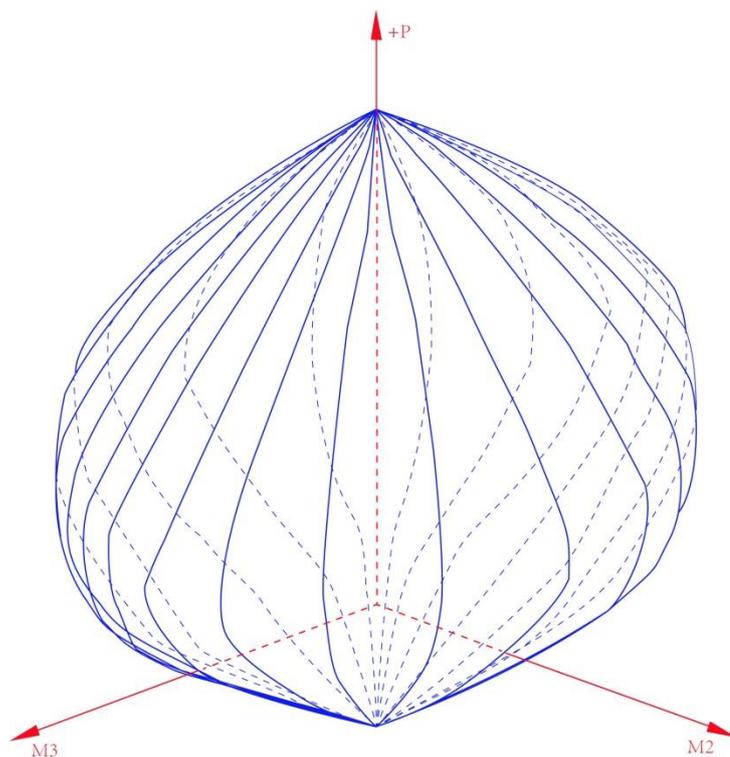


图 1-6 P-M-M 三维包络图示意图

2.5. P-M 曲线及内力值调整

在计算内力承载比前，先要对 P-M 曲线的承载力和内力值进行调整，包括两步：

1. 如果内力是非抗震内力，根据《建筑结构荷载规范》(GB50009-2012) 对内力进行结构重要性系数调整，内力值需要乘以结构重要性系数，调整公式见《建筑结构荷载规范》(GB50009-2012) 3.2.2 (P9) 公式 (3.2.2)，其中用到的结构重要性系数 γ_0 需要用户在截面设计参数中输入。

$$\gamma_0 S \leq R$$

2. 如果内力是抗震内力，则根据《建筑抗震设计规范》(GB50011-2010) 对 P-M 曲线上的点进行承载力调整，承载力需要除以承载力抗震调整系数 γ_{RE} ，计算公式见《建筑抗震设计规范》(GB50011-2010) 5.4.2 (P43) 公式 (5.4.2)，其中 γ_{RE} 的值按表 5.4.2 取值。

$$S \leq R/\gamma_{RE}$$

2.6. 轴压稳定验证

7

所有类型的截面如果满足以下两个条件的任何一个都会进行轴压稳定验证：

1. 如果任何一个用户输入的内力中只有轴力，没有弯矩，则对这个内力的轴力值进行轴压稳定验证；
2. 在全局参数设置中勾选了“偏压状态时，轴力不超过轴压稳定设计值”选项

(默认勾选), 这时会对所有用户输入内力的轴力值进行轴压稳定验证。

矩形柱截面轴压稳定验证根据《混凝土结构设计规范》(GB50010-2010) 6.2.15 (P42) 公式 (6.2.15) 进行计算, 计算时公式 (6.2.15) 中的混凝土面积 A 全部 (不管钢筋配筋率是否大于 3%) 采用减掉钢筋及型钢面积后的混凝土截面净面积来计算。公式中的稳定系数 φ 按《混凝土结构设计规范》(GB50010-2010) 条文说明 6.2.15(P305) 中规定的公式计算:

$$N \leq 0.9\varphi(f_c A + f'_y A'_s)$$

$$\varphi = 1 / \left[1 + 0.002 \times \left(\frac{l_0}{b} - 8 \right)^2 \right]$$

$$b = \sqrt{12} \times i$$

圆形柱截面如果 l_0/d 小于等于 12 按《混凝土结构设计规范》(GB50010-2010) 6.2.16 (P43) 公式 (6.2.16-1) 以及 (6.2.16-2) 计算, 否则按 6.2.15 计算, 另外, 如果圆形柱按 6.2.16 计算出来的受压承载力小于按 6.2.15 计算的值时也采用 6.2.15 进行计算。

$$N \leq 0.9(f_c A_{cor} + f'_y A'_s + 2\alpha f_{yv} A_{ss0})$$

$$A_{ss0} = \frac{\pi d_{cor} A_{ss1}}{s}$$

2.7. 截面承载比计算

在截面设计和校核时 CiSDesigner 会计算每一个内力的承载比, 如果所有内力计算出来的承载比都小于用户预先设定的值 (默认为 1.000) CiSDesigner 就认为截面是满足用户设计要求的。如果用户最大承载比设定为 1.000, 从物理意义上来说, 就是说每一个内力点都位于 P-M-M 三维包络图的球体内部。

计算承载比的步骤如下:

1. 首先根据用户输入的内力进行调整计算 (比如二次效应、附加偏心距、根据荷载规范进行的结构重要性系数调整), 调整计算后得到内力的最终值;
2. 根据内力最终值的内力矢量角度 (其定义见 1-2) 计算这个指定角度的 P-M 曲线, 计算方法为插值, 这条曲线上的每一个内力点都是通过这个内力点临近的两条原始 P-M 曲线上的内力点插值得到的。
3. 根据内力值和上面得到的指定角度的 P-M 曲线计算承载比, 具体计算方法见 1-2 中承载比的定义,

2.8. 其它说明

1. CiSDesigner 会计算有抗震内力的构件的轴压比 (取所有抗震内力的最大压应力计算) 以及 γ_{RE} 并显示在程序界面及计算书中, 但并没有根据规范校验截面的轴压比是否符合规范要求。如果构件没有输入任何抗震内力那么 CiSDesigner 不会计算并输出轴压比和 γ_{RE} 这两个值。

2. CiSDesigner 计算内力时对所有类型截面都采用纤维化然后积分计算混凝土内力的方式,不采用《混凝土结构设计规范》(GB50010-2010) 6.2.6(P37)规定的矩形等效方式。
3. 如果构件输入的内力中没有抗震内力, CiSDesigner 根据《混凝土结构设计规范》(GB50010-2010)中关于最小配筋率的相关条目自动计算构件的最小配筋率;如果构件输入的内力中有抗震内力,则需要用户在构件参数中勾选并手动输入最小配筋率,如果这时用户没有勾选手动输入最小配筋率, CiSDesigner 会按没有抗震内力的取值方法来计算构件的最小配筋率。在从 ETABS 中导入模型时,所有构件会根据模型中的构件设置按《混凝土结构设计规范》(GB50010-2010) 11.4.12 (P175) 表 11.4.12-1 自动勾选并设置最小配筋率初始值。

3. 柱截面设计

3.1. 内部计算流程

柱截面设计及校核时用户输入截面参数及计算参数后 CiSDesigner 内部计算流程包括以下几步:

1. 把截面混凝土、钢筋、型钢划分为纤维单元;
2. 计算截面参数,包括混凝土属性、回转半径、附加偏心距、最大最小配筋率等;
3. 形成各种满足规范要求的配筋方案(如果是截面校核可能只有一个配筋方案)并按配筋面积从小到大排序;
4. 按顺序计算每个配筋方案,包括
 - a) 计算三维 P-M-M 包络图;
 - b) 调整 P-M 曲线及内力值;
 - c) 计算每一个内力的指定角度 P-M 曲线
 - d) 计算每一个内力的承载比
5. 如果满足用户要求的承载比的配筋方案数量达到预定数量则结束计算过程;

3.2. 常规柱截面设计

3.2.1. 二次效应计算

常规柱截面的二次效应计算按《混凝土结构设计规范》(GB50010-2010) 6.2.4 (P36) 公式 (6.2.4-1)、(6.2.4-2)、(6.2.4-3)、(6.2.4-4) 进行计算,但构件是否应该进行二次效应计算 CiSDesigner 并没有根据 6.2.3 进行自动判断,而是完全根按照用户在构件中计算参数中关于二次效应的设定(默认为不计算构件两个轴向的二次效应)来决定是否计算构件的二次效应,计算时按构件计算参数设定分别计算两个轴向的二次效应相关系数。

$$M = C_m \eta_{ns} M_2$$



$$C_m = 0.7 + 0.3 \frac{M_1}{M_2}$$

$$\eta_{ns} = 1 + \frac{1}{1300(M_2/N + e_a)/h_0} \left(\frac{l_c}{h}\right)^2 \zeta_c$$

$$\zeta_c = \frac{0.5f_c A}{N}$$

3.2.2. 附加偏心产生的弯矩

常规柱截面如果用户输入的内力轴力为大于零的压应力（输入的轴力值为正值）则两个轴向分别考虑附件偏心产生的弯矩。计算中附件偏心距按《混凝土结构设计规范》（GB50010-2010）6.2.5（P37）的规定进行计算。

3.2.3. 用户输入内力最终计算公式

用户输入的内力经过二次效应计算、附加偏心距计算以及结构重要性系数调整后的最终内力的弯矩计算公式为：

$$M_x = \gamma_0 \cdot (C_m \eta_{ns} M_{2x} + N \cdot e_x)$$

$$M_y = \gamma_0 \cdot (C_m \eta_{ns} M_{2y} + N \cdot e_y)$$

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$$

如果用户输入的内力如果是抗震内力，则上述公式中的 γ_0 取值为 1.0 计算，否则按设定值计算。

3.2.4. 截面配筋

混凝土常规柱截面在形成截面配筋方案时遵循以下规定：

1. 《混凝土结构设计规范》（GB50010-2010）9.3.1（P123）中关于柱配筋的相关规定，包括：
 - a) 纵向钢筋直径不小于 12mm，纵向钢筋的配筋率不大于 5%；
 - b) 柱中纵向钢筋的净间距不小于 50mm，不大于 300mm；
 - c) 圆柱中纵向钢筋不少于 6 根；
2. 《建筑抗震设计规范》（GB50011-2010）6.3.7（P62）中关于柱配筋的相关规定，包括：
 - a) 矩形柱任意一侧的配筋率不小于 0.2%；
 - b) 纵向钢筋最小配筋率符合表 6.3.7-1 的相关规定（由于 CiSDesigner 没有要求输入抗震等级以及柱类型和位置，因此基础最小配筋率按 0.5% 计算，然后按表 6.3.7-1 下面的相关注释进行调整）
 - c) 圆柱中纵向钢筋不少于 6 根；

3. 《建筑抗震设计规范》(GB50011-2010) 6.3.8 (P64) 中关于柱配筋的相关规定, 包括:
- 矩形柱的纵向钢筋对称配置;
 - 截面边长大于 400 时纵向钢筋净间距不大于 200mm;

3.3. 异形柱截面设计

3.3.1. 承载力计算

异形柱截面承载力按《混凝土异形柱结构技术规程》(JGJ 149-2006) 5.1.2 (P14) 公式 (5.1.2-1) ~ (5.1.2-8) 以及 5.1.4 (P17) 公式 (5.1.4-1) ~ (5.1.4-3) 计算。

5.1.2 公式:

$$N \leq \sum_{i=1}^{n_c} A_{ci} \sigma_{ci} + \sum_{j=1}^{n_s} A_{sj} \sigma_{sj}$$

$$N \eta_{\alpha} e_{iy} \leq \sum_{i=1}^{n_c} A_{ci} \sigma_{ci} (Y_{ci} - Y_0) + \sum_{j=1}^{n_s} A_{sj} \sigma_{sj} (Y_{sj} - Y_0)$$

$$N \eta_{\alpha} e_{ix} \leq \sum_{i=1}^{n_c} A_{ci} \sigma_{ci} (X_{ci} - X_0) + \sum_{j=1}^{n_s} A_{sj} \sigma_{sj} (X_{sj} - X_0)$$

$$e_{ix} = e_i \cos \alpha$$

$$e_{iy} = e_i \sin \alpha$$

$$e_i = e_0 + e_a$$

$$e_0 = \frac{\sqrt{M_x^2 + M_y^2}}{N}$$

$$\alpha = \arctan \frac{M_x}{M_y} + n\pi$$

5.1.4 公式:

$$\eta_{\alpha} = 1 + \frac{1}{(e_i/r_{\alpha})} (l_0/r_{\alpha})^2 C$$

$$C = \frac{1}{6000} [0.232 + 0.604(e_i/r_{\alpha}) - 0.106(e_i/r_{\alpha})^2]$$

$$r_{\alpha} = \sqrt{I_{\alpha}/A}$$

3.3.2. 截面配筋

混凝土异形柱截面在形成截面配筋方案时遵循以下规定:

1. 异形柱配筋按肢分区域布置，每肢为一个区域，另外各肢交接的地方为中心区域，除中心区域外，其它区域配筋按一排或二排布置；
2. 《混凝土异形柱结构技术规程》（ JGJ 149-2006 ） 6. 2. 3（P27）中关于异形柱配筋的相关规定，包括：
 - a) 同一截面内纵向钢筋直径采用相同直径，不小于 14mm，不大于 25mm；
 - b) 纵向钢筋抗震间距不大于 200mm，非抗震时不大于 300mm，在纵向钢筋间距不满足上面要求时设置构造钢筋，直接不小于 12mm，不大于 25mm；
3. 《混凝土异形柱结构技术规程》（ JGJ 149-2006 ） 6. 2. 4（P28），异形柱纵向受力钢筋净间距不小于 50mm，根数较多时分两排布置。
4. 《混凝土异形柱结构技术规程》（ JGJ 149-2006 ） 6. 2. 5（P28），异形柱纵向受力钢筋配筋率不小于 0. 8%，每个配筋区域配筋率不小于 0. 2%。
5. 《混凝土异形柱结构技术规程》（ JGJ 149-2006 ） 6. 2. 6（P28），异形柱纵向受力钢筋最大配筋率非抗震时不大于 4%，抗震时不大于 3%。

3.4. 型钢柱截面设计

3.4.1. 型钢分块

和截面混凝土纤维化一样，型钢也会在参与计算前先划分为小的纤维单元，计算时型钢单元产生的应力与单元形心的应变以及单元的面积成正比，也就是假定小单元内任意位置的应变与其形心的应变都是一样的，单元内的应变是均匀的。

与混凝土纤维化划分不一样的是，混凝土纤维化划分的所有单元其材料属性取相同的值，但型钢纤维单元的材料属性是按其划分前在型钢的位置及其尺寸决定的。例如，工字型型钢分为上翼缘、腹板、下翼缘三个部分来划分，上翼缘部分划分后的小型单元的材料属性参数取决于上翼缘矩形的最小尺寸，另外两部分也一样。简单的说就是每个型钢小单元的材料属性取决于它所属于部分的最小尺寸（一般来说就是壁厚）。而环形型钢的所有小单元的材料属性是一样的，取决于环形型钢的壁厚。

3.4.2. 承载力计算

型钢混凝土柱截面承载力按《型钢混凝土组合结构技术规程》（ JGJ138-2001 ） 6. 1. 2(P25)公式(6. 1. 2-1)~(6. 1. 2-6)以及 6. 1. 3(P26)公式(6. 1. 3-1)~(6. 1. 3-3)计算。

公式 6. 1. 2:

非抗震设计

$$N \leq f_c b x + f'_y A'_s + f'_a A'_{af} - \sigma_a A_s - \sigma_a A_{af} + N_{aw}$$

$$N e \leq f_c b x (h_0 - x/2) + f'_y A'_s (h_0 - a'_s) + f'_a A'_{af} (h_0 - a'_a) + M_{aw}$$

抗震设计

$$N \leq \frac{1}{\gamma_{RE}} \left[f_c b x + f'_y A'_s + f'_a A'_{af} - \sigma_s A_s - \sigma_a A_{af} + N_{aw} \right]$$

$$Ne \leq \frac{1}{\gamma_{RE}} [f_c b x (h_0 - x/2) + f'_s A'_s (h_0 - a'_s) + f'_a A'_{af} (h_0 - a'_a) + M_{aw}]$$

$$e = \eta e_i + \frac{h}{2} - a$$

$$e_i = e_0 + e_a$$

公式 6.1.3:

$$\eta = 1 + \frac{1}{1400 e_0 / h_0} \left(\frac{l_0}{h} \right)^2 \zeta_1 \zeta_2$$

$$\zeta_1 = \frac{0.5 f_c A}{N}$$

$$\zeta_2 = 1.15 - 0.01 \frac{l_0}{h}$$

型钢混凝土柱截面承载力抗震调整系数按《型钢混凝土组合结构技术规程》(JGJ138-2001) 4.2.5 (P13) 表 4.2.5 取值, 在轴压比小于 0.15 时取 0.75, 否则取 0.80; 但型钢混凝土柱截面的构件重要性系数系统并未按 4.2.5 自动取值, 需要用户手动设置 (默认为 1.0)。

型钢混凝土柱截面轴压比按《型钢混凝土组合结构技术规程》(JGJ138-2001) 6.1.11 计算。

$$\text{型钢柱截面轴压比} = \frac{N}{f_c \cdot A_c + f_a \cdot A_a}$$

3.4.3. 截面配筋

型钢混凝土柱截面在形成截面配筋方案时遵循以下规定:

1. 《型钢混凝土组合结构技术规程》(JGJ138-2001) 4.3.1 (P15), 纵向钢筋直径不小于 16mm, 纵筋与型钢净间距不小于 30mm。
2. 《型钢混凝土组合结构技术规程》(JGJ138-2001) 4.3.3 (P15), 型钢的保护层厚度不小于 120mm。
3. 《型钢混凝土组合结构技术规程》(JGJ138-2001) 6.2.4 (P30), 型钢混凝土柱截面的钢筋配筋率不小于 0.8%, 不大于 5%。型钢的含钢率不小于 4%, 不大于 10%。
4. 《型钢混凝土组合结构技术规程》(JGJ138-2001) 6.2.5 (P30), 型钢混凝土柱截面的钢筋净间距不小于 60mm。

4. 柱截面校核

柱截面校核与柱截面设计主要有以下区别:

1. 柱截面校核截面生成时钢筋根数和钢筋直径只能设置确定的数字, 而设计时可以输入一个范围
2. 柱截面校核只会生成一个配筋方案, 而且这个配筋方案最终都会显示在配筋结果内面 (不管承载比是否满足用户最大承载比设置都会显示); 柱截面设

计时一般会形成多种配筋方案，也可能没有配筋方案，最终只会显示用户指定数量的而且满足承载比要求的配筋方案；

3. 柱截面校核时不会检查钢筋间距、配筋率等构造规定及其它规范要求，而设计时会按相关规范检查，不符合要求的不会显示在配筋结果列表；
4. 异形柱在校核时不会布置规范要求的构造钢筋；

除了以上几点区别外，柱截面校核时截面内力、承载力、承载比等的计算方法都完全一样。

底层框架部分承担地震倾覆力矩计算方法

李楚舒¹, 李立¹, 刘春明², 张志国¹

(1 北京筑信达工程咨询有限公司, 北京 100043; 2 CSI 公司, 伯克利 94704)

[摘要] 采用现行规范规定的公式计算底层框架部分承担的地震倾覆力矩时存在一定的局限性。讨论了规范公式的限制条件, 指出当框架与剪力墙之间的相互作用不仅仅是传递水平剪力时, 规范公式将低估框架承担的倾覆力矩。根据力学和结构知识, 提出了由基底反力的合力矩来求解倾覆力矩的计算方法, 探讨了基底取矩点位置的选取, 给出易于操作的计算公式。最后使用 ETABS 2013 分析算例, 验证规范公式限制条件的影响, 同时说明推荐方法的合理性。

[关键词] 倾覆力矩; 计算方法; ETABS 软件

中图分类号: TU318 文献标识码: A 文章编号: 1002-848X(2014)05-0074-04

Calculation method for seismic overturning moment carried by the bottom frames

Li Chushu¹, Li Li¹, Liu Chunming², Zhang Zhiguo¹

(1 Beijing Construction Information Solution Engineering Consulting, Beijing 100043, China;

2 Computers and Structures Inc., Berkeley 94704, USA)

Abstract: The formula in current codes is not suitable for all conditions when calculating seismic overturning moment carried by the bottom frames. The limitation of the code formula was discussed to indicate that the code formula underestimate the overturning moment carried by the bottom frames when the interaction between frame and shear wall was not only the transfer of horizontal shear forces. Therefore, according to the mechanical and structure knowledge, a method was proposed to calculate the overturning moment based on the resultant moment of base reaction. The selection of the location of base moment action point was discussed and the easily handled calculation formula was given. To test the influence of the limitation of the code formula and verify the proposed method, ETABS 2013 was used to analyze the example and the rationality of the proposed method was stated.

Keywords: overturning moment; calculation method; ETABS software

0 问题的由来

我国现行规范对底层框架部分承担的地震倾覆力矩的相关规定, 对结构设计是非常重要的, 直接影响到结构设计中一系列重要指标的确定, 因此其计算方法的合理性就显得尤为重要, 否则将使这个指标失去工程应用实践的价值。具体来讲主要有: 1) 《建筑抗震设计规范》(GB 50011—2010)^[1] (简称抗规) 的 6.1.3 条第 1 款对少量抗震墙的框架结构的规定; 2) 抗规的 6.1.9 条第 4 款对部分框支框架的规定; 3) 《高层建筑混凝土结构技术规程》(JGJ 3—2010)^[2] (简称混高规) 的 8.1.3 条对各种情况做出了详细的规定; 4) 混高规的 10.2.15 条第 7 款对框支框架的规定。

因此框架承担的倾覆力矩计算的准确性将对结构设计参数的选取有较大影响。

1 规范方法及限制条件分析

抗规 6.1.3 条的条文说明里给出了计算公式:

$$M_c = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m V_{ij} h_i \quad (1)$$

式中: M_c 为框架-抗震墙结构在规定的侧向力作用

下框架部分分配的地震倾覆力矩; n 为结构层数; m 为框架第 i 层的柱根数; V_{ij} 为第 i 层第 j 根框架柱的计算地震剪力; h_i 为第 i 层的层高。

抗规的这个计算公式存在使用的限制条件, 即只有当框架与剪力墙之间的相互作用只有水平剪力的时候, 式(1)才正确。

图 1 为平面框架-剪力墙相互作用示意。框架与剪力墙主要是通过楼板系统来进行相互作用的(如果没有梁直接搭在剪力墙上或者没有结构加强层(如桁架)的话)。在承受水平荷载的情况下, 由于框架部分和剪力墙部分单独承受水平荷载时的变形不协调(框架为剪切型, 剪力墙为弯曲线), 结构的上部将出现框架与剪力墙相互“拉”的作用, 也就是说在上部, 框架将承担大于外部水平荷载的剪力作用, 剪力墙的剪力与外荷载反向; 在中下部, 框架与剪力墙是相互“压”的作用。

先暂且把“一个复杂三维的框架-剪力墙系统能否用平面系统等代”的问题放在一边, 就考虑图 1

所示的平面简化的框架-剪力墙系统。

(1) 如果有梁直接与剪力墙连接,那么由于变形协调的关系,在水平外力作用下,梁与墙的接触点将具有较大弯矩和一些竖向力,式(1)将不再适用,会大大低估框架的作用(在第2节的算例演示中将揭示出这一问题)。

(2) 在不能采用刚性隔板假定的情况下,需要采用壳单元来模拟楼板,以反映结构真实的受力状态和响应,与梁类似,在楼板与墙体的交界处,一定存在较大弯矩和一些竖向力,同样式(1)会低估框架承担的倾覆力矩。

其实,在真实的框架-剪力墙结构中,图1是没法描述清楚墙与楼板的相互作用的模拟,因为连接不是单独的点,而是多个点或多个封闭线。墙与楼板(或梁)搭接在一起,由于构件间的变形协调,在交接处一定存在弯矩,如图2所示。如果有结构加强层,就更无法用图1这样的平面简化来描述。而且,式(1)显然也不能处理部分框支的情况^[3]。

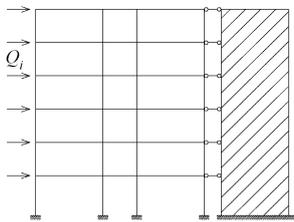


图1 框架与剪力墙相互作用平面示意

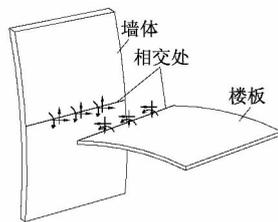


图2 框架与剪力墙交接处内力的示意

2 直接计算方法

根据基本的力学和结构知识,结构的抗倾覆力矩就是基底反力的合力矩,以抵抗外力形成的倾覆力矩。在文献[4]中,林同炎讨论了“高宽比与抗倾覆问题”,就是直接采用的基底反力,而且分析了多种支承形式的特征系数,他采用了基底反力抗倾覆力矩的“中和轴”概念,即假定倾覆力矩作用下的基底竖向反力按弯曲平截面假定来分布。当然,对于一个一般意义上的三维空间结构体系来讲是不存在这个中和轴的。

在三维系统 XYZ 中,如果水平作用力为 X 向,对于抗倾覆力矩,只考虑基底反力 FZ(Z 向力)和 MY(Y 向弯矩),其他的力和弯矩(FX, FY 和 MX, MZ)对倾覆力矩(绕 Y 轴力矩)无贡献,即:

$$M_{OT} = \sum_{i=1}^n (MY_i + FZ_i \times X_i) \quad (2)$$

式中: M_{OT} 为结构的抗倾覆力矩,可以是整体结构(n 取全部的基底反力点数),也可以是结构的一部分(n 取部分结构的基底反力点数); MY_i 为第 i 个

基底反力的 Y 向固端弯矩; FZ_i 为第 i 个基底反力的 Z 向力; X_i 为第 i 个基底反力的 X 坐标。

一般说来,基底反力的合力,如果是力矢量,合力与选择位置无关,如果是力矩矢量,合力矩与所选位置有关。显然,对于整体的框架-剪力墙结构来说,采用基底的任意位置作为取矩点,式(2)得到的结果为恒定值,也就是水平外力的合力矩。

对于结构的一部分,比如框架部分,式(2)的结果将与取矩点相关。显然,作为一个合理的大家都遵循的计算方法,取矩点的定义为式(2)应用的关键。

理想情况是寻找墙与框架相互作用的竖向力作用点在基底的投影,对这个点取矩,可以消除交接处竖向力的影响。但一般情况下,空间交接面太复杂,计算不方便。

本文建议采用基底截面重心为取矩点,定义见下式:

$$G_0 = \begin{cases} X_0 = \frac{\sum E_i A_i X_i}{\sum E_i A_i} \\ Y_0 = \frac{\sum E_i A_i Y_i}{\sum E_i A_i} \end{cases} \quad (3)$$

式中 E_i 和 A_i 分别为基底各截面的弹性模量和面积。

原因如下:

(1) 对于框架,基底截面抵抗倾覆力矩主要依靠轴力,基底固端弯矩所占比例都较小(一般在 2%~5%);在高层建筑的悬臂梁微分模型中,对截面抗弯刚度的考虑是 $EI = \sum E_i A_i \times c_i^2$,其中 c_i 即为距整体截面重心的距离^[5]。结构概念设计中,也是要尽量发挥两侧端柱的抗倾覆能力^[4]。

(2) 在文献[6]中,作者提出了弯矩刚度指数(Bending Rigid Index, BRI),BRI 采用的也是结构底层所有立柱截面围绕自身为整体的重心轴旋转所得到的截面惯性矩,其原理与第(1)条一样。

(3) 通常情况,水平地震荷载作用下,在墙与框架(或梁)的连接处,竖向力相对较小,框架部分基底反力的 Z 向合力 $\sum FZ_i$ 分摊到每根柱子的数值相对柱子的平均轴力(绝对值)来讲一般在 5% 以内; $\sum FZ_i$ 与结构承担的水平作用合力的比值也在 5% 以内。 $\sum FZ_i$ 即为框架或剪力墙承担的竖向不平衡力,如果为零,说明框架或剪力墙的竖向力为自平衡力,那么可以对基底任一点取矩,式(2)为常数。

(4) 根据基本的力学知识,由于第(3)条所述的原因,取矩点在距离基底截面重心位置不超过一半

的基底宽度时,式(2)的结果相差在5%以内。下一节的算例可以说明这点。

因此采用基底截面重心为式(2)的取矩点是符合力学概念的,从操作层面来看也是易于工程师复核和计算程序实现的((1)、(2)两条)。由(3)、(4)两条所述原因可知,其实取矩点的绝对位置在哪里,比如无论是基底几何中心点还是截面重心点,只要是在基底面内,所引起的计算结果不一致的差别较小,一般都小于5%。

3 算例演示

为了说明本文前面阐述的论点,本节给出了多个算例来进行比较,这些例子是从如图3所示的一个基本模型M0演变而来的,采用的软件是ETABS 2013^[7]。

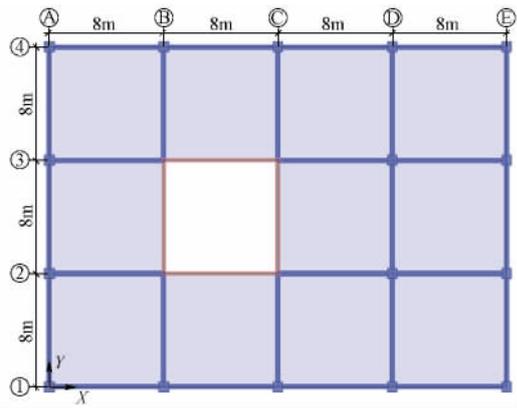


图3 基本结构模型 M0

模型M0的基本参数信息: X、Y向的轴距都为8m,层高3m,共8层;梁、柱、墙、楼板混凝土强度等级均为C30;梁截面尺寸为600×300(高×宽);柱截面尺寸为700×700(长×宽),墙厚250mm,楼板厚200mm;地震作用为X向,暂且不考虑偶然偏心。

3.1 有梁搭在墙上的情况

从模型M0演化出两种不同的楼板分析类型:1)模型M11为刚性隔板假定,采用膜单元作为楼板;2)模型M12采用壳单元作为楼板。需要指出的是,对于模型M11,由于膜单元不具备面外刚度,程序根据板厚和梁的有效翼缘计算宽度按《混凝土结构设计规范》(GB 50010—2010)表5.2.4自动对边梁和中梁的刚度进行放大。本例中,边梁的放大系数为1.83,中梁的放大系数为2.17。模型的原点O在左下角柱中心,基底截面重心位置 G_0 为(14.5m,12m),基底几何中心位置 C_0 为(16m,12m)。

规范与本文公式的计算结果见表1,表中的差别都是指相关量差值的相对百分比。可以得出以下结论:

规范与本文公式的比较

表1

模型	总倾覆力矩 /(kN·m)	框架承担的倾覆力矩/(kN·m)		差别 $\left \frac{(1)-(2)}{(2)} \right $
		式(1)(比例)	式(2)(比例)	
M11	98 664	19 695(20%)	27 847(28.2%)	29.1%
M12	96 397	15 959(16.6%)	24 119(25.0%)	33.6%
$\left \frac{M11-M12}{M12} \right $	2.4%	—	15.5%(12.8%)	—

注:比例是指框架承担的倾覆力矩与总倾覆力矩的比例。

本文公式采用不同取矩点的比较

表2

模型	框架承担的倾覆力矩/(kN·m)	
	取矩点 C_0 (与取矩点 G_0 差别)	取矩点O (与取矩点 G_0 差别)
M11	27 859(0.04%)	27 740(0.4%)
M12	24 125(0.02%)	24 062(0.2%)

(1)根据表1的数据可以看出,规范公式大大低估了框架承担的倾覆力矩,原因在于墙与楼板/梁的交接处存在较大的弯矩,几乎可以占到水平剪力产生力矩的50%以上,表明其不可以忽略,而且在楼板的设计中要加以考虑。

(2)这样一个看似平面规则的结构,刚性隔板假定似乎是合理的,但根据表1中模型M11和M12的对比数据可知,采用壳单元模型(对实际情况简化得最少,比较而言是更真实的模型)与采用刚性隔板简化模型的计算结果还是有一定差别(达到10%以上)的;如果没有梁搭在墙上的话(见3.2节算例对比),这个差别还会更大。

(3)表2的对比数据表明,对基底不同取矩点,本文建议式(2)的计算结果差别很小。根据结构力学基本原理,可以把取矩点定为基底截面重心处。

3.2 只有楼板作为传力构件的情况

取消模型M0各层与剪力墙连接的8根梁,形成与3.1节相对应的模型M21和M22。由于取消梁后,板的负荷增大,将板厚增加为250mm,其他参数不变。计算结果见表3,可以得出以下结论:

(1)由表3可知,对于模型M22,式(1)依然对框架承担的倾覆力矩有较大的低估,原因在于与墙相连的楼板具有较大的弯矩。

规范与本文公式的比较(无连接梁)

表3

模型	总倾覆力矩 /(kN·m)	框架承担的倾覆力矩/(kN·m)		差别 $\left \frac{(1)-(2)}{(2)} \right $
		式(1)(比例)	式(2)(比例)	
M21	98 778	18 600(18.8%)	18 600(18.8%)	0
M22	101 191	16 771(16.6%)	23 788(23.5%)	29.5%
$\left \frac{M21-M22}{M22} \right $	2.4%	—	21.8%(20.0%)	—

本文公式采用不同取矩点的比较(无连接梁) 表4

模型	框架承担的倾覆力矩/(kN·m)	
	取矩点 C_0 (与取矩点 G_0 差别)	取矩点 O (与取矩点 G_0 差别)
M21	18 600 (0)	18 600 (0)
M22	23 763 (0.1%)	24 015 (1.0%)

(2) 即便是墙与框架之间的联系完全靠楼板,但也可以看出模型 M22 与 M21 有较大差别。原因在于刚性隔板没有面外刚度,即使面内变形很小,然而由于楼板与墙连接处的变形协调的缘故,采用实际的壳单元可以提供正确的面外刚度(图2),因此建议最好采用能够真实反映楼板面外刚度的壳单元来对楼板进行模拟。

(3) 在模型 M21 中,之所以规范式(1)和本文建议式(2)的计算结果相同,就是由于此时的楼板与墙之间的相互作用力只有水平剪力,而没有弯矩和竖向力,在这种假定下,式(1)的结果是正确的;而且正因为这种情况下,框架基底竖向力为自平衡力,所以对基底任何点的取矩相同。但由于模型 M22 中存在竖向力,所以不同点的取矩是不同的,但差别也在5%之内(表4)。

4 结语

由于我国现行规范的相关规定,基底框架承担的倾覆力矩是重要的结构设计判别条件和规定要求,故准确计算倾覆力矩值显得尤为重要。而抗规给出的计算公式隐含着极强的限制条件:不

(上接第86页)

4 结论与建议

通过对某高层项目采用 YJK 软件选取合理计算模型及计算参数进行设计,并结合规范要求和实际工程经验可以得出以下结论与建议:

(1) 采用合理、精细、符合规范要求的结构计算分析模型能够更加准确地计算分析结构的受力,并指导配筋设计,能够改善结构的受力性能,并在很大程度上避免简化或错误模型及计算参数造成的材料浪费。

(2) 地下室外墙承受较大的水土压力、人防荷载等,在设计中应该重视地下室外墙的设计。选取符合实际情况的计算模型不但能使结构安全,还能避免选取错误模型计算引起的截面过大、配筋不合理的情况。

(3) 矩形梁配筋设计时考虑楼板作为翼缘的影响,是按照规范建议对梁进行的配筋设计,在节省材料的同时可更好地实现“强柱弱梁”。

(4) 边框柱、组合墙设计应结合实际情况,单独

存在加强层、梁不与墙相连接、采用刚性楼板假定等。只有在上述条件都满足的情况下,墙与楼板(或梁)的交接面上不存在弯矩,式(1)才能用作框架倾覆力矩的度量指标。显然,对于稍复杂的工程,上述条件即得不到满足,而且对于部分框支结构,式(1)也不能用。

通过分析和算例比较,规范的公式在多数情况会低估框架承担的倾覆力矩,采用直观的式(2)和采用基底截面重心为取矩点,可以得到正确的结果,并且易于操作。

参 考 文 献

- [1] GB 50011—2010 建筑抗震设计规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2010.
- [2] JGJ 3—2010 高层建筑混凝土结构技术规程[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2011.
- [3] 林超伟, 王兴法. 底层框支框架部分承担的地震倾覆力矩计算方法分析[J]. 建筑结构, 2012, 42(11): 84-86.
- [4] 林同炎, 思多, 台斯伯利 S D. 结构概念和体系[M]. 王传志等译. 北京: 中国建筑工业出版社, 1985.
- [5] YUAN SI. The finite element method of line [M]. Beijing: Science Press, 1993.
- [6] 塔拉纳特 B S. 高层建筑钢-混凝土组合结构设计[M]. 2版. 罗福午等译. 北京: 中国建筑工业出版社, 1999.
- [7] CSI分析参考手册[M]. Computers and Structures Inc., 北京筑信达工程咨询有限公司, 2013.

取出某个柱或某片墙来设计是不科学的,造成材料浪费的同时还使部分结构存在安全隐患,应当将边框柱和边上墙肢、组合墙肢相互作为整体分析。

(5) 手册算法计算的楼板配筋结果往往偏大,计算模型将边界条件定义为简单的固接、铰接或自由端,忽略边上楼板或荷载对其的影响,会有比较大的误差。有限元算法最大程度地还原真实的边界和受力情况,计算结果精准,在楼层中楼板厚度、荷载等变化较大时更能体现有限元算法的优势。

参 考 文 献

- [1] 傅学怡. 实用高层建筑结构设计[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2010.
- [2] 朱炳寅. 建筑抗震设计规范应用与分析 GB 50011—2010[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2011.
- [3] 朱炳寅. 高层建筑混凝土结构技术规程应用与分析 JGJ 3—2010 [M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2013.
- [4] GB 50011—2010 建筑抗震设计规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2010.
- [5] GB 50010—2010 混凝土结构设计规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2011.

结构设计中如何全面考虑 $P-\Delta$ 效应

李楚舒¹, 李立¹, 刘春明², 魏旭豪¹

(1 北京筑信达工程咨询有限公司, 北京 100043; 2 CSI 公司, 伯克利 94704)

[摘要] 从 $P-\Delta$ 效应的定义入手, 分析了几何刚度和线性屈曲分析的力学概念, 指出这几个概念之间存在本质的联系, 同时分析了建筑结构中 $P-\Delta$ 贡献与 $P-\delta$ 贡献。在介绍一阶方法、二阶方法和直接法三种方法之后, 指出国内外通常考虑 $P-\Delta$ 效应的二阶方法是: 1) 在结构分析中考虑 $P-\Delta$ 贡献; 2) 在构件设计中考虑 $P-\delta$ 贡献。结合 ETABS2013 软件, 提出了具体的实现方法, 特别是提出建议采用线性屈曲因子作为刚重比控制条件的度量指标, 可以统一和简化对刚重比的计算, 还介绍了 AISC 针对 $P-\Delta$ 效应计算的基准测试问题。

[关键词] $P-\Delta$ 效应; 几何刚度; 线性屈曲分析; ETABS; 刚重比; 屈曲因子

中图分类号: TU318, TU973 文献标识码: A 文章编号: 1002-848X(2014)05-0078-05

Methods to consider full $P-\Delta$ effects in structural design

Li Chushu¹, Li Li¹, Liu Chunming², Wei Xuhao¹

(1 Beijing Construction Information Solution Engineering Consulting, Beijing 100043, China;

2 Computers and Structures Inc., Berkeley 94704, USA)

Abstract: Geometric stiffness and linear buckling analysis were analyzed based on the concepts for $P-\Delta$ effects, which came to the conclusion that these concepts have relationships in nature. Contributions of $P-\Delta$ and $P-\delta$ were analyzed as well. First-order method, second-order method and direct method were introduced and the common methods considering $P-\Delta$ effects in the second-order method at home and abroad were introduced as two steps, including: 1) considering $P-\Delta$ contribution in analysis phrase; 2) considering $P-\delta$ contribution in member design phrase. With ETABS2013 software, the concrete realization method was put forward. It was especially suggested that linear buckling factor can be used as the control conditions of stiffness to gravity ratio, so the computation of stiffness to gravity ratio can be unified and simplified. The benchmark problems proposed by AISC on $P-\Delta$ effects calculation were introduced as well.

Keywords: $P-\Delta$ effect; geometric stiffness; linear buckling analysis; ETABS; stiffness to gravity ratio; buckling factor

1 $P-\Delta$ 效应

结构工程中的非线性包括材料非线性和几何非线性, 几何非线性一般又分为 $P-\Delta$ (大应力) 效应和大位移效应^[1]。所谓 $P-\Delta$ 效应是指: 当结构中有较大应力(力或弯矩), 即使在变形很小时, 也要采用变形后的几何来写平衡方程; 而大位移效应是指: 当结构经历大变形, 特别是大应变和转动时, 应变表达式必须包含位移的二次项, 且必须对变形后的几何来写平衡方程, 即便是应力较小时亦如此。大应力效应和大位移效应也称为二阶几何效应。一阶方法与二阶方法的区别就是, 前者采用未变形几何来考虑平衡, 后者采用变形后几何来考虑平衡。

1.1 几何刚度的概念

当一条索受到拉力时, 它的侧向刚度会增加; 如果一根长的杆件受到很大压力并且处在即将屈曲的状态时, 杆件的侧向刚度已经明显减小, 一个很小的侧向荷载就有可能引起杆件失稳。这一普遍特性是由于结构的“几何刚度”改变所引起的。很明显, 此刚度是结构构件的荷载的函数, 几何刚度可正亦可负^[2]。

如图 1 所示, 可以用结点位移和结点力写出变形后几何的平衡方程:

$$\begin{bmatrix} F_i \\ F_j \end{bmatrix} = \frac{T}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ v_j \end{bmatrix} \quad (1a)$$

即:

$$F_G = K_G v \quad (1b)$$

式中: F_i, F_j 为结点力; v_i, v_j 为结点位移; T 为轴力; L 为构件长度。

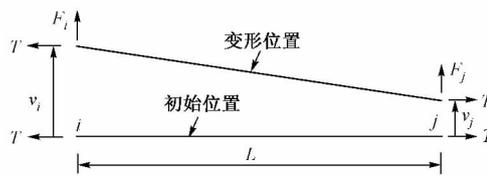


图 1 几何刚度示意

注意 2×2 几何刚度矩阵 K_G 并不是索的力学函数, 而是单元长度和单元力的函数。因此, 用“几何”或“应力”刚度矩阵这两个专业术语来与常用的“力学”刚度矩阵(以单元的物理属性为基础)相区

作者简介: 李楚舒, 博士, 教授级高级工程师, Email: licsh@cisc.ec.cn。

别。几何刚度在所有结构中都存在,只有当几何刚度相对结构力学刚度较大时才显得重要。

在弹性阶段,存在:

$$F_E = K_E v \quad (2)$$

那么作用在构件上的总力 F_T :

$$F_T = F_E + F_G = [K_E + K_G] v = K_T v \quad (3)$$

式中: K_T 为总刚度矩阵; K_E 为弹性刚度矩阵; K_G 为几何刚度矩阵。

因此,如果构件中的较大轴力保持不变,则只需形成总刚度矩阵 K_T ,就可以考虑应力刚化效应或应力软化效应,这就是 $P-\Delta$ 效应。

对建筑结构而言,主要进行两类荷载的分析:重力荷载(如自重和楼面活荷载)分析和侧向力荷载(如风荷载或地震作用)分析。而 $P-\Delta$ 效应中,主要考虑由于较大的重力荷载作用产生的几何刚度以及在侧向力作用下是否产生较大的内力(弯矩、剪力等)和变形(侧向位移)的放大。

1.2 线性屈曲分析

线性屈曲分析,就是寻找在一组特定荷载作用下,由于 $P-\Delta$ 效应引起的不稳定模式^[1, 2]。屈曲分析涉及到对一般特征值问题的求解:

$$[K_E + \lambda K_G(r)] \Psi = 0 \quad (4)$$

式中: $K_G(r)$ 为荷载向量 r 作用下的几何($P-\Delta$)刚度矩阵; λ 为特征值对角矩阵; Ψ 为对应的特征向量(模态)矩阵。

每个“特征值-特征向量”对称为结构的一个屈曲模态,特征值 λ 称为屈曲因子,其物理含义就是它必须乘以 r 中的荷载才能引起屈曲,可将其视为安全系数。

理解基于荷载的屈曲模态是很重要的。结构中不存在不只一组屈曲模态,这与自然振型(模态)一样。工程师必须对每一组所关心的荷载计算出其屈曲模态,既要关心屈曲因子,也要关心屈曲变形,这样才能正确地理解结构的稳定(弹性)。

可以看出,几何刚度、线性屈曲分析与 $P-\Delta$ 效应是密切联系在一起的,它们都是 $P-\Delta$ 效应的反映。 $P-\Delta$ 分析和线性屈曲分析,其实质就是在分析中考虑几何刚度,无非前者考虑的是固定的几何刚度,后者考虑的是变化的几何刚度(线性屈曲分析可以理解为在寻找导致总刚度为零的几何刚度系数)。

线性屈曲分析在程序中的实现与求解结构的自然频率和振型所采用的数学方法是一样的,都是化解成为对矩阵求解特征值和特征向量。

1.3 $P-\Delta$ 贡献与 $P-\delta$ 贡献

$P-\Delta$ 效应由两个不同的部分组成,分别称为

$P-\Delta$ 贡献和 $P-\delta$ 贡献^[3],用图 2 加以说明。 $P-\Delta$ 贡献是指:荷载作用在结构发生(整体)位移 Δ 后的结点位置所产生的效应; $P-\delta$ 贡献是指:荷载对结点间构件(局部)变形 δ 所产生的效应。这种整体和局部的效应分别称为大、小 $P-\Delta$ 。在不同的构件中 $P-\Delta$ 和 $P-\delta$ 的相对贡献是不一样的。

图 3 所示为一简支梁,在分布力 w 作用下,会产生与弹性刚度矩阵 K_E 相关的竖向位移 δ ,这个变形和轴力 P 就会形成附加的弯矩, K_G 即为 P 作用下的几何刚度矩阵。图 3 中还给出了跨中弯矩。

图 4 给出了悬臂柱的 $P-\delta$ 贡献以及相关的弯矩图。但是,柱子很少是这样的单曲率,在多层建筑结构中,柱通常都是双曲率的,可以用三次位移模式来描述柱子的变形。如图 5 所示,由于在中点附近存在反弯点,其中的 $P-\delta$ 贡献就远没有图 4 所示的那么大。

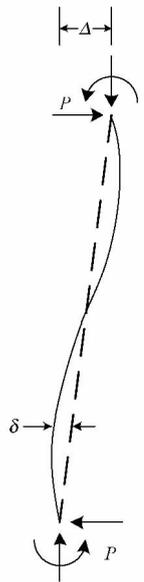


图 2 $P-\Delta$ 贡献与 $P-\delta$ 贡献

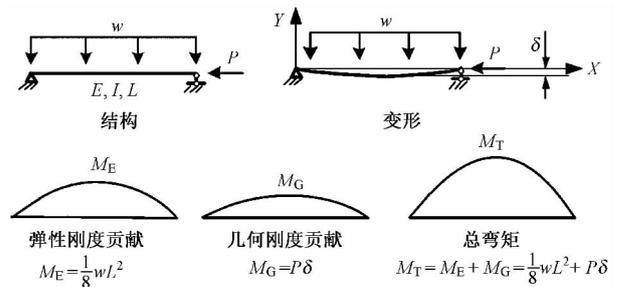


图 3 简支梁的 $P-\delta$ 贡献

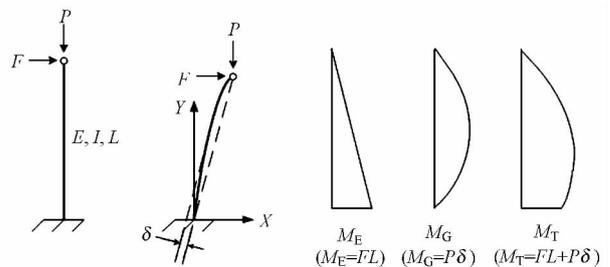
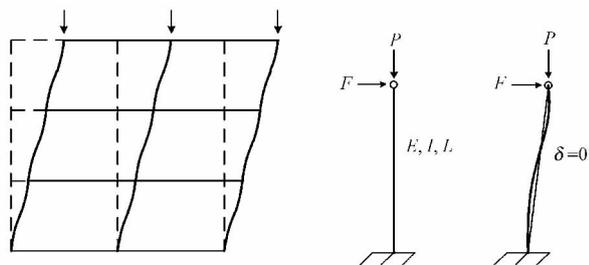
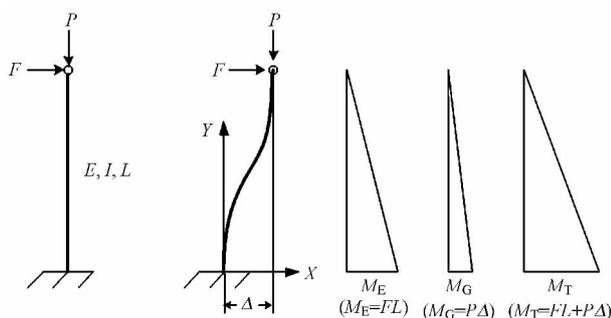


图 4 单曲率悬臂柱的 $P-\delta$ 贡献

通常,在给定加载模式和双曲率位移模式的情况下,柱子的 $P-\Delta$ 贡献是更为显著的,因为与层间位移率相关的侧向位移 Δ ,比局部变形 δ 更为显著。随着层间位移率的增加,重力荷载对结构力学行为具有更大的影响,如图 6 所示。因此, $P-\Delta$ 效应必须

图5 双曲率悬臂柱的 $P-\delta$ 贡献图6 悬臂柱的 $P-\Delta$ 贡献

在设计中加以考虑,无论是静力还是动力,也无论是线性还是非线性。

2 考虑 $P-\Delta$ 效应的结构设计

如前所述, $P-\Delta$ 效应必须在设计中加以考虑,因此国内外规范无一例外地都要求考虑 $P-\Delta$ 效应。一般分为三种方法:

(1) 一阶方法。如前所述,一阶方法就是对未变形位置处理平衡方程,得出结构的内力和变形,再通过规范给出的长度系数来放大弯矩以考虑 $P-\Delta$ 效应。显然这种方法既繁琐又具有相当的局限性,已经逐步退出设计实践。

(2) 二阶方法。在变形后的位置考虑平衡方程,可以直接考虑 $P-\Delta$ 贡献,长度系数可以取为 1。不推荐用近似二阶理论对一阶弯矩进行放大来考虑 $P-\Delta$ 效应,因为没有这个必要。

(3) 直接法。直接分析设计法是一种全过程二阶弹塑性分析设计方法,可以全面考虑结构和构件的初始缺陷、几何非线性、材料非线性等对其内力的影响。在性能设计的时代,直接法是发展方向,但也需要更多的理论和实践探索。

为了充分讨论 $P-\Delta$ 效应本身的力学行为,本文暂且限制在弹性设计阶段;其实,现代结构的分析与设计工具都可以在弹塑性阶段考虑 $P-\Delta$ 效应或大变形效应,无论是推覆分析^[4],还是动力弹塑性时程分析。

因此,本文讨论的重点为二阶方法如何在结构设计中实现。采用二阶方法是可以直接考虑 $P-\Delta$ 贡

献的,但一般不能直接考虑 $P-\delta$ 贡献。

通常的做法是:1) 在结构分析时,考虑 $P-\Delta$ 贡献,这只需要考虑与 $P-\Delta$ 贡献相关的几何刚度即可;2) 在构件设计阶段,通过考虑稳定系数(钢结构)或考虑二阶效应的弯矩放大系数(混凝土结构)来考虑 $P-\delta$ 贡献。

例如美国混凝土学会 ACI 318-08 和 ACI 318-11 都规定,必须考虑整体位移 Δ 和局部变形 δ 的影响:

$$M_{\text{CAP}} = aM_{\text{m}} + bM_{\text{h}} \quad (5)$$

式中: M_{CAP} 是抗弯设计能力需求; M_{m} 是假定框架没有结点平动所需要的抗弯能力(也就是与变形 δ 相关); M_{h} 是假定框架只有结点侧向平动所需要的抗弯能力(也就是与变形 Δ 相关); a b 分别是相应的放大系数。

在分析阶段中考虑 $P-\Delta$ 贡献,那么 $b = 1$; 在构件设计的时候,只需要考虑放大系数 a 即可。

2.1 我国规范的相关规定

由于新版的钢结构设计相关规范尚未正式发布实施,本节只列出现行混凝土结构设计的相关规定。

(1) 《高层建筑混凝土结构技术规程》(JGJ 3—2010)^[5](简称混高规)的 5.4 节,专门对重力二阶效应及结构稳定进行了具体规定,其核心内容是整体稳定要符合式(5.4.4-1)和式(5.4.4-2)的要求(强制性条文),工程上称为刚重比要求。

(2) 《混凝土结构设计规范》(GB 50010—2010)^[6](简称混规)的 6.2.4 条,就是在偏压构件中考虑参考 $P-\delta$ 贡献,与 ACI 318-08 中的思路是一样的。

因此可以看出,我国规范的方法也符合前面介绍的通常处理方式,即:在结构分析阶段考虑 $P-\Delta$ 贡献,而在构件设计阶段考虑 $P-\delta$ 贡献。

2.2 $P-\Delta$ 效应的基准测试

程序能否考虑完整的 $P-\Delta$ 效应,美国钢结构学会 AISC 给出了两道基准测试例题(Benchmark Problem),以检验程序计算 $P-\Delta$ 效应的能力^[7]。测试例题一、二分别是一根简支柱(只有 $P-\delta$ 贡献)和一根悬臂柱(既有 $P-\Delta$ 贡献,也有 $P-\delta$ 贡献),见图 7 和图 8(AISC 同时给出美国常用的英制和国际单位制,[]中是不考虑剪切变形时的数据)。

采用 ETABS 2013 软件对这两道基准测试题进行计算的结果如表 1 所示(ETABS 2013 的结果都考虑了剪切变形)。可以看出,ETABS 2013 与 AISC 的基准测试题的误差都在 1% 以内,表明 ETABS 2013 在 $P-\Delta$ 效应的计算上是相当准确的。

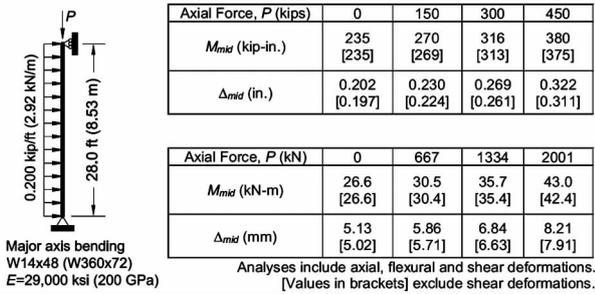


图 7 AISC 基准测试题一

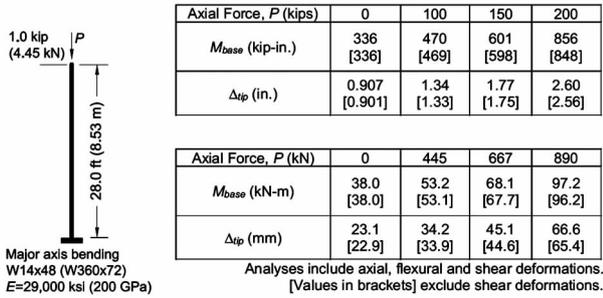


图 8 AISC 基准测试题二

ETABS 2013 基准测试结果 表 1

测试题	P /kN	0	667	1 334	2 001
测试题一	M_{mid} / (kN·m)	26.6	30.5	35.7	42.9
	Δ_{mid} /mm	5.12	5.84	6.81	8.15
测试题二	P /kN	0	445	667	890
	M_{base} / (kN·m)	38.0	53.1	68.0	96.9
	Δ_{tip} /mm	23.0	34.1	45.0	66.2

3 ETABS 2013 的实现方法

ETABS 2013 可以考虑完整的 $P-\Delta$ 效应: 1) 给出结构的刚重比; 2) 在分析阶段考虑 $P-\Delta$ 贡献; 3) 在构件设计阶段考虑 $P-\delta$ 贡献。后文逐一介绍。

3.1 结构刚重比

通过 1.2 节“线性屈曲分析”, 可以容易地得出刚重比与屈曲因子的内在联系。混高规的刚重比限值是根据二阶效应相对一阶分析的放大系数 $\mu = 1.1$ 来控制的。根据放大系数 μ 的理论公式:

$$\mu = \frac{1}{1 - (\sum G_i / P_{cr})} = \frac{\lambda_{cr}}{\lambda_{cr} - 1} \quad (6)$$

式中: G_i 为重力荷载设计值; P_{cr} 为屈曲荷载。

可以得到: 与混高规的刚重比限值条件等价的是 $\lambda_{cr} \geq 10$ (在新版钢结构规范报批稿中的建议限值条件等价的是 $\lambda_{cr} \geq 5$)。

这就是说, 可以通过线性屈曲分析, 得到结构的屈曲因子 λ_{cr} , 就可以直接判别是否满足规范要求的刚重比, 而且是一个统一的理论公式, 并不区分结构形式(即不用区分是框架结构, 还是非框架结构), 也不需要按混高规对非框架结构的等效计算。

适用范围得到了极大的拓展, 因为 1.2 节是基于力学理论推导, 不涉及任何的结构形式, 采用屈曲因子来进行刚重比判定, 可简化判定方法(规范方法是近似的等代方法), 而且对于多塔、连体等结构形式都可以得出正确的刚重比, 而采用规范方法会碰到很多困难。

由于需要的最低阶的三个屈曲因子分别对应于平动 X, Y 和扭转 Z 的三个屈曲模态。工程师应当仔细审查各个屈曲模态变形, 以确定正确的屈曲模式。通过对屈曲模态的分析, 还可以发现设计中潜在的局部杆件稳定性问题。

如果非得采用规范方法中的刚重比数值, 只需将获得的屈曲因子分别乘以 0.14(非框架结构)或 1.0(框架结构)即可。

ETABS 2013 的巅峰版可以进行线性屈曲分析, 还可以进行非线性屈曲分析。图 9 为 ETABS 2013 采用规范方法和屈曲因子的刚重比输出。图 9 下方表格输出为规范公式结果, 刚重比分别为 2.37(Y)和 2.38(X); 图 9 上方为屈曲模态的变形, 图中显示了屈曲因子(该值也可表格输出)分别为 17.18(Y)和 17.75(X); 将屈曲因子转化为规范数值分别为 2.41(Y)和 2.49(X)。显然这两种方法在数值上是有差别的。

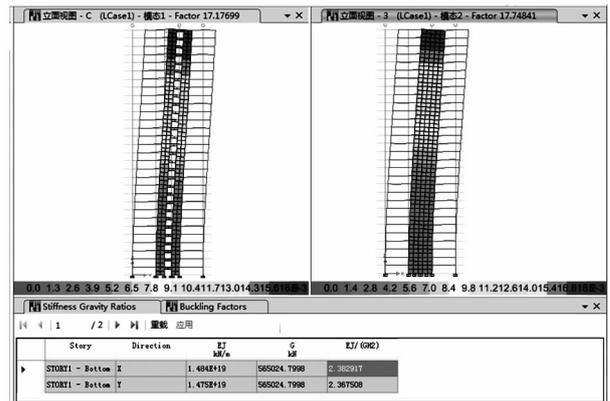


图 9 ETABS 2013 的刚重比输出界面

3.2 在分析阶段考虑 $P-\Delta$ 贡献

ETABS 2013 有一个 $P-\Delta$ 效应的分析选项, 可以在结构分析中考虑 $P-\Delta$ 贡献, 原理就是计入了重力荷载作用下的几何刚度。程序可以指定 $P-\Delta$ 荷载组合(通常是恒荷载和活荷载的组合), 采用迭代的方法, 来逐个构件地考虑 $P-\Delta$ 效应, 这可以高效地捕捉构件的局部屈曲。

结构整体刚度计入 $P-\Delta$ 荷载组合的几何刚度后, 可以基于此刚度进行各种静力工况分析(如恒荷载、活荷载、风荷载等)、反应谱分析、静力推覆分

析、非线性动力时程分析等,也就可以用来进行设计组合。

以表 2 所示的我国规范常用荷载组合为例,来说明如何确定 $P-\Delta$ 荷载组合。

如果考虑风荷载作为引发结构整体侧移 $P-\Delta$ 效应的主要原因的话,将 $1.2DL+1.4LL$ 作为 $P-\Delta$ 荷载组合是合适或保守的。因为这对组合(3)是准确的,对组合(2)、(4)、(6)是保守的,而组合(1)没有侧向荷载,不关注 $P-\Delta$ 效应。

我国常用设计荷载组合 表 2

序号	荷载组合	序号	荷载组合
(1)	$1.2DL+1.4LL$	(4)	$1.2DL+0.98LL\pm 1.4WL$
(2)	$1.2DL\pm 1.4WL$	(5)	$1.2DL+0.6LL\pm 1.3EhL$
(3)	$1.2DL+1.4LL\pm 0.84WL$	(6)	$1.2DL+0.6LL\pm 0.28WL\pm 1.3EhL$

注: DL 为恒荷载; LL 为活荷载; WL 为风荷载; EhL 为水平地震作用。

如果考虑水平地震作用作为引发结构整体侧移 $P-\Delta$ 效应的主要原因,将 $1.2DL+0.6LL$ 作为 $P-\Delta$ 荷载组合是合适的。因为这对组合(5)、(6)是准确的,而组合(1)没有侧向荷载,不关注 $P-\Delta$ 效应。

如果笼统考虑侧向荷载,不区分其控制作用的是风荷载还是水平地震作用,那么就应采用 $1.2DL+1.4LL$ 作为 $P-\Delta$ 荷载组合。这就是混高规 5.4 节中对重力荷载设计值的规定的注解。

显然,如果统一在结构分析阶段考虑结构的整体侧移 $P-\Delta$ 效应,就没有必要判定是否考虑重力二阶效应的影响(对混高规用屈曲因子来表达,即 λ_{cr} 是否大于 20)。

3.3 在构件设计阶段考虑 $P-\delta$ 贡献

对于混凝土偏压构件,混规 6.2.4 条放大设计弯矩值,就是考虑到局部 $P-\delta$ 贡献。其实也没有必要采用 6.2.3 条来进行条件判别,都统一考虑 6.2.4 条,对设计来讲没有区别。6.2.4 条给出的结果自然就反映了 $P-\delta$ 贡献的大小。ETABS 2013 中文版的构件设计已考虑了以上规范要求。

ETABS 2013 还可以将构件进行细分,以在分析过程中考虑 $P-\delta$ 贡献,因为将构件细分,比如将柱子都细分为两个以上的对象,可以捕捉到柱子的 $P-\delta$ 贡献。但这种方法不是推荐的方法,只是说明 ETABS 2013 具备的分析能力,推荐的方法还是在构件设计时采用规范的放大系数。

4 结论

(1) 几何刚度、线性屈曲分析在理论上都是 $P-\Delta$ 效应的反映,原理和概念上都是相通的。

(2) 作为结构工程师,需要了解 $P-\Delta$ 贡献和 $P-\delta$ 贡献在结构中的相对大小。

(3) 采用线性屈曲因子作为刚重比的度量,是一种既统一又简便的方法。

(4) 在结构分析中考虑 $P-\Delta$ 贡献,在构件设计中考虑 $P-\delta$ 贡献,是国际上和我国规范的通用做法。

(5) 在二阶分析方法很成熟的现阶段,没有必要使用一阶方法加放大系数的做法,因为二阶方法概念清晰,操作也方便。当然,作为结构分析和设计程序,必须要具备准确计算完整 $P-\Delta$ 效应的能力。

(6) 对于钢结构较为关注的初始缺陷问题,二阶方法也可以较为方便地加以考虑。

(7) 在结构设计中全面考虑 $P-\Delta$ 效应的三个基本步骤为: 1) 计算线性屈曲因子,考察相应的屈曲模态,对比规范限值(混高规为 $\lambda_{cr} \geq 10$),判断是否满足规范对整体稳定性的要求; 2) 统一在结构分析中考虑结构整体侧移的 $P-\Delta$ 贡献; 3) 统一在构件设计中考虑 $P-\delta$ 贡献。

参 考 文 献

- [1] CSI分析参考手册 [M]. Computers and Structures Inc., 北京筑信达工程咨询有限公司, 2013.
- [2] EDWARD L WILSON. Static and dynamic analysis of structures [M]. 4th ed. Berkeley: Computers and Structures Inc., 2010.
- [3] POWELL G H. Modeling for structural analysis: behavior and basics [M]. Berkeley: Computers and Structures Inc., 2010.
- [4] 扶长生, 周立浪, 张小勇. 长周期高层钢筋混凝土建筑的 $P-\Delta$ 效应与稳定设计 [J]. 建筑结构, 2014, 44 (2): 1-7.
- [5] JGJ 3—2010 高层建筑混凝土结构技术规程 [S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2011.
- [6] GB 50010—2010 混凝土结构设计规范 [S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2011.
- [7] AISC 360-10 Specification for structural steel buildings [S]. American Institute of Steel Construction, 2010: 276-277.

(上接第 73 页)

某些情况下是非常合适的选择。

(2) 与搭接柱相连的受拉楼层梁、板设计应重点关注,必要时可施加预应力。

(3) 搭接柱与梁、柱相连处应力集中较明显,可采用加腋过渡、增加配筋等构造措施予以加强。

参 考 文 献

- [1] 徐培福, 傅学怡, 王翠坤, 等. 复杂高层建筑结构设计 [M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2005.
- [2] 傅学怡. 空间结构理念在高层建筑中的应用与发展 [J]. 空间结构, 2009, 15 (3): 85-96.
- [3] 李亚娥, 李洋, 于法桥, 等. 搭接柱转换层结构设计时相关问题探讨 [J]. 甘肃科学学报, 2009, 21 (4): 72-76.
- [4] 李亚娥, 王邓崧, 于法桥, 等. 搭接柱转换层结构的静力有限元分析 [J]. 甘肃科学学报, 2010, 22 (1): 134-137.

有关结构抗震设计底部剪力系数的讨论

李楚舒, 李立, 王龙

(北京筑信达工程咨询有限公司, 北京 100043)

摘要: 本文推导出底部剪力系数的简洁物理表达及在反应谱曲线上的等效点, 依据结构动力学、反应谱理论和结构抗震设计原理等基本理论体系, 可以对此系数进行直观定性分析判断; 进而探讨在结构抗震设计中应该如何使用最小限值, 提出改进对最小底部剪力系数标定的建议。

关键词: 结构抗震设计, 底部剪力系数, 最小底部剪力系数的使用和标定

0 引言

随着我国超高层建筑的迅猛发展, 广大工程设计人员和科研工作者针对抗震设计中遇到的“最小地震底部剪力系数”(或“最小剪重比”)问题, 进行了有益的讨论, 指出《建筑抗震设计规范》GB50011-2010^[1](简称抗规)具体条文规定的一些问题。

文献[2]全面介绍了抗规对最小地震剪力系数取值规定的背景, 再次强调了“当不满足规范最小地震剪力系数限值时, 对楼层剪力乘以放大系数, 只是提高了构件承载力, 并不能解决结构体系不合理的问题, 应通过调整结构布置、减轻结构质量和提高结构刚度来解决”。

文献[3]从大量超高层设计经验出发, 指出“由于结构高度高, 周期长, 剪重比一般难以满足规范要求”, 提出“剪重比限值与特征周期相关联”、“剪重比限值按结构周期分类进一步细分关联”、“通过调整结构总剪力和各楼层水平地震剪力以满足最小剪重比要求”等建议。

文献[4]从功率谱概念出发, 指出抗规中“楼层最小地震剪力系数仅与地震影响系数的最大值相关, 与场地类别无关, 显然是不合理的”, 而且“最小剪力系数与结构体系合理性无关”, 提出了“加速度反应谱第一下降段按 T^{-1} 的规律下降, 第二下降段按 T^{-2} 的规律下降”的反应谱函数建议。

文献[5]推导出规范最小剪重比限值的内涵是“对应 II 类场地, 质量 M , 周期 T 的单质点结构, 在 $T = 3.5$ s 时的基底剪力对最小剪力限值; $T = 5.0$ s 时, 此限值为 $0.88M$ 质量时单质点结构的最小基底剪力”, 给出了其他类别场地的最小剪重比建议值, 指出了“欲通过调整结构刚度或重量来满足规范剪重比要求是十分困难的”, “适宜的方法是通过周期折减系数, 增大楼层地震剪力, 当仍不满足要求时, 可将不满足楼层处的地震剪力按规范要求放大(不传递), 以满足规范要求”。

文献[6]按抗规及 SRSS 振型组合法推导出剪重比为“各振型地震影响系数平方与各振型参与质量系数平方乘积之和的二次方根”。指出: “想要通过调整结构的质量和刚度, 以改变计算的最小剪重比, 是困难的且代价高昂的”。

文献[7]推导出二维弯曲型和剪切型的匀质悬臂梁的剪重比公式, 也指出“剪重比是否满足规范限制, 与结构形式和结构布置的合理性没有明显的关系”, 提出了“考虑长周期分量修正的加速度反应谱”来替代“剪重比”控制。

文献[8]推导出与文献[6]相同的底部剪力系数表达式,指出“任何结构都存在一个临界周期,只要结构基本周期超过临界周期,底部剪力系数总不能满足规范要求”、“结构体系和布置方案与底部剪力系数能不能满足最小限值的要求没有明显的关系”、“不满足最小限值并不能说明结构方案布置不合理”;通过与美国规范的对照,指出“抗规的最小剪力系数限值是合理的”;通过四种工程处理方式(刚度控制与强度控制),指出“当不满足最小剪力系数时,合理、简单、有效的方法是按比例放大设计地震作用使其满足要求”,同时建议“最小底部剪力系数的取值应计入场地效应”。

文献[9]通过对某超高层结构采用两种不同的剪力系数控制方法(A:方案满足抗规最小剪重比的要求;B:对不满足的楼层进行剪力放大来满足规范要求)的案例研究表明,“虽然大震弹塑性分析 A、B 性能相当”,但“A 的构件尺寸明显大于 B, A 的材料用量和设计难度均高于 B”,“抗倒塌分析表明, B 比 A 反而具有更高的抗倒塌安全储备”。

综上所述,基本上可以得到三点一致性的结论:

(1) 剪力系数是结构的本来属性,其大小并不能判定结构方案的优劣;

(2) 剪力系数最小值应当与场地类别挂钩;

(3) 不满足规范最小剪力系数,在保证结构构件内力和位移要求的前提下,不应(也很难)通过调整结构方案(质量和刚度)来达到规范要求,应该直接进行地震力放大处理,以保证结构具有相应的安全储备。

本文拟通过结构动力学、反应谱理论和结构抗震设计原理等基本理论体系,得出底部剪力系数的物理表达,便于进行直观定性分析;进而探讨应该在结构抗震设计中如何使用这个限值,及如何改进最小底部剪力系数的标定。

1 底部地震剪力系数

Chopra 将各振型底部剪力等效原则,构建出各振型对应的单自由度系统,来阐释反应谱理论^[10]。

依据此思想,可以采用对振型分解反应谱法的底部剪力等效的原则来构建一个等效的单自由度系统,此系统的底部剪力等于原多自由度体系,其等效质量 M^{eff} 等于原系统质量 M 。与 Chopra 的方法不同的是,本文不关注各个振型,而直接对经过振型组合后(无论是何种组合方法,SRSS 或 CQC)的最终结果(底部剪力)进行等效。

这个单自由度系统,反应谱法给出的底部剪力为:

$$V_b^{eff} = \alpha^{eff} M g \quad (1)$$

其中: α^{eff} 是在反应谱曲线对应周期 T^{eff} 的地震影响系数, g 是重力加速度。

总可以找到这样一个等效周期 T^{eff} 来在反应谱曲线上对应 α^{eff} ,使得 V_b^{eff} 等于原系统振型分解反应谱法得到的底部剪力 V_b 。利用 $T^{eff} = 2\pi\sqrt{M/K^{eff}}$ 关系,也就可以找到等效的刚度 K^{eff} ,本文不要求出等效刚度。根据基本的结构动力学常识,对于一般结构,动力特性主要由第一振型控制,第一振型的参与质量系数比高阶振型要大得多(假设第一振型的参与质量系数可以达到 50% 以上的话——这对建筑结构一般不是问题,只要结构顶部不存在特别柔的类似“桅杆”的部分),那么等效周期 T^{eff} 与原结构的第一周期(即:基本周期) T_1 的关系为:

$$T^{eff} \geq T_1 \quad (2)$$

一般情况下,式(2)都是取大于符号,在原结构是单自由度体系时会相等。而且,第一振型参与质量系数越小, T^{eff} 相比 T_1 就越大。这也就是抗规底部剪力法(5.2.1 条)中对结构等效总重力荷载采用了 85% 的总重力荷载代表值,来对多质点进行计算的原因。

根据抗规对地震底部剪力系数的定义，对这个等效单自由度系统来讲，底部剪力系数表达为：

$$\lambda = \frac{V}{G} = \frac{V_b^{eff}}{Mg} = \alpha^{eff} \quad (3)$$

式(3)揭示出：任何结构的底部剪力系数都是反应谱曲线上的地震响应系数的对应值。

根据式(2)，可以得知，一般情况下：

$$\alpha^{eff} \leq \alpha_1 \quad (4)$$

α_1 为 T_1 对应的地震影响系数值。同样，第一振型参与质量系数越小， α^{eff} 相比 α_1 就越小。

结构自身的特性，如质量分布、刚度分布和结构阻尼比，可以看作是地震剪力系数的“内因”；设计反应谱的具体形式，是可以视为地震剪力系数的“外因”。

由此可见，反应谱法得到的底部地震剪力系数除了是结构自身特性的反映之外，更是反应谱曲线形式的直接作用结果。

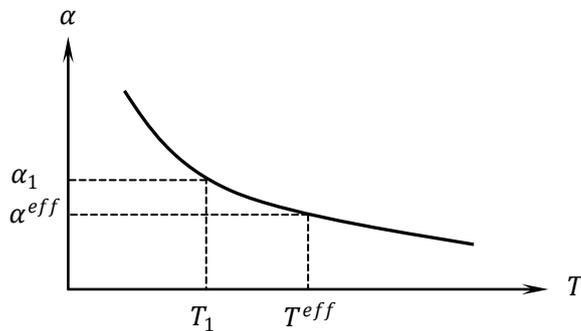


图1 设计反应谱曲线上的等效地震影响系数

基于反应谱理论，是无法得出底部剪力系数的“合理”的限值范围（如文献[8]给出了一个例子，说明严重不符合结构设计基本力学概念的倒质量、刚度分布，却能“更好”地满足规范剪重比的要求）。任何结构都可以找到一个对应于反应谱曲线的 α^{eff} 。

换言之，不能从 α^{eff} 的大小来衡量结构的“优劣”：只要给出了一条具体的反应谱曲线，就能得到对应的 α^{eff} ，如图1所示。

图1还说明了这样一个道理：如果对最小底部剪力系数的标定，恰好是反应谱曲线上基本周期的地震影响系数值，那么对于实际的多自由度结构，就会不满足这个标定值。抗规就是采取II类场地对最小值进行标定的，详见3、4节。

2 关于反应谱理论

扶长生教授对反应谱理论进行了概括^[11]：反应谱理论的杰出贡献在于它结合了随机理论和确定性分析方法，把地震波的频谱特性、结构的自振特性以及地震作用和效应三者有机地联系在一起。反应谱理论的数学模型是Guass随机过程，基本假定是，一条地震记录波为Guass随机过程集合中的一次事件，设计反应谱是按平稳随机过程理论统计平均的“连续分段光滑”曲线。按平稳随机过程进行振型组合，振型分解反应谱法得到的地震反应是Guass随机过程集合的期望值。

在廉价的个人电脑出现之前，反应谱法是线性地震分析的标准方法。

虽然反应谱法存在其固有的缺陷（如，反应谱法得到的响应量是其期望值，因此多个响应量之间并不存在物理关联；反应谱法的结果依赖于坐标系的选取，对位移量也不能进行矢量合成，而且对扭转严重的结构，给出的位移会比“失真”——这就是10规范改用“规定水平力”来进行位移比计算的原因。等等），但，目前绝大多数国家和地区都采用反应谱法进行结构的抗震设计，各国设计规范对复杂结构都有时程分

析计算的补充规定。随着时程记录的丰富与完善,计算机处理速度和存储量的提升,时程分析将逐步成为抗震工程的主要方法。

特定场地上的一条地震加速度时程记录都可以通过从时域到频域的变换来得到对应的加速度反应谱(指定阻尼比),因此,对于一个结构和一条地震时程记录,时程法和反应谱法得到的结构最大响应在随机过程意义上是一致(注意:是这条时程记录变换的反应谱,而非设计反应谱;且结构为线性系统),这是反应谱法的数学基础(可参见文献[12]第15章中时程、SRSS和CQC振型组合的数值对比)。同样,一条加速度时程记录可以通过积分得到相应的速度时程和位移时程(需要对起始和终止的速度和位移进行归零处理),理论上讲,线性时程分析采用加速度、速度或位移输入,得到的结构响应是一致的。

反应谱是 Fourier 谱在结构抗震工程意义上的简化,且用到了如下近似关系:

$$S_{pv}(\xi, \omega) = \omega S_d(\xi, \omega) \quad (5-1)$$

$$S_{pa}(\xi, \omega) = \omega^2 S_d(\xi, \omega) \quad (5-2)$$

上两式中, S_d, S_{pv}, S_{pa} 分别是位移谱、伪-速度谱和伪-加速度谱(通常,工程上将“伪-”和下标 p 省略;而且是相对位移谱、相对速度谱和绝对加速度谱的简称); ξ, ω 分别是单自由度体系的阻尼比和圆频率。

显然,对于长周期明显的地震记录,采用加速度反应谱,由于乘以 ω^2 的结果,可以完全“消除”记录中的长周期成分,这就是加速度反应谱针对长周期问题“力不从心”的根本原因^[12]。

基于“近些年的地震中,大多数结构倒塌与软场地有关”的事实,不少学者建议“应该考虑使用相对位移谱作为基本形式来进行地震作用计算”^[12]。以位移为基本变量进行动力平衡方程的求解并没有实质数学上的难度,但要收集整理位移时程记录,并将其转换为可实施的设计位移反应谱确实是一项浩大的系统工程。

现实可行的做法是:对于常规的工程设计问题,还是采用加速度反应谱方法,因为国内外已经积累了几十年的丰富经验;对于复杂工程问题(包括场地),应补充时程分析计算,特别要注意对包含长周期成分的时程记录的选取。但,对特定地震记录的时程分析结果,采用设计反应谱的结果去“校正/选波”,逻辑上讲是不对的,因为对于这些特殊的时程记录,设计反应谱本来就没有“覆盖”;之所以要采用时程分析,就是对设计反应谱的补充。

工程上遇到的长周期问题,如果采用不同输入形式(加速度、速度或位移)的地震记录,时程分析得到的结果基本一致。逐步直接积分法的结果取决于输入的地震波自身的频谱特性,反应谱法取决于输入的设计反应谱特性(当然还受制于反应谱法本身的假定,如式(5-1)和式(5-2))。如果时程记录或设计反应谱自身都没有长周期的特性,逐步积分法或反应谱分析自然得不到长周期结构应该有的响应输出。

反应谱法的核心在于设计反应谱曲线的形状。

时程记录与反应谱之间可以找到两个重要的对应关系:1) 加速度时程记录的最大值,等于加速度反应谱的 $S_a(0)$, 指示出“极刚”的结构会随地面一起做刚体移动,同时对应于相对位移谱的 $S_v(0) = 0$, 即结构的相对位移为零;2) 位移时程记录的最大值,是相对位移谱的 $S_v(+\infty)$, 揭示出对极长周期系统,绝对位移接近为零,相对位移谱将收敛到位移时程记录的最大值,这就是结构隔震的物理基础。

文献[4]从功率谱概念出发,指出了我国设计规范反应谱中存在的缺陷,提出将“反应谱第一下降段按按 T^{-1} 的规律下降,第二下降段按 T^{-2} 的规律下降”的建议(这也是美国规范的反应谱形状)。当然文献[2]也说明了规范对第二下降段采用直线下降的原因(“人为地提高了长周期段加速度反应谱值”,换句话说,为了提高长周期结构的抗震设计安全度)。

3 底部地震剪力系数的最小限值

从底部地震剪力系数的表达(式(3)和式(4))和对反应谱理论的回顾,可以看出,从反应谱理论本身是不可能得出这个最小限值规定的合理解释,当规定的最小限值 $\lambda(T)$ 与反应谱曲线 $\alpha(T)$ 存在交点(此时周期

为 T^*), 那么一定就可以构造出一个符合力学概念的“良好”结构, 其 α^{eff} 小于交点处的 α^* (见图 1), 也就是说不满足最小剪力系数的要求; 如果规定的最小限值 $\lambda(T)$ 都位于反应谱曲线之下, 那么就不会出现不满足最小剪力系数的情况发生。

所以, 抗震设计中的最小底部剪力系数标定与设计反应谱曲线的最小值是“不相干”的: 前者是对反应谱法求得的底部剪力的一个安全性阈值限定; 后者是具有较严密理论体系的地震响应求解方法的“外部因素”。

其实, 规范及条文说明和相关解释文章中都已经表明“由于地震影响系数在长周期段下降较快, 对于基本周期大于 3.5s 的结构, 由此计算所得的水平地震作用下的结构效应可能太小; 出于安全的考虑, 提出了结构总水平地震剪力及各楼层水平地震剪力最小值的要求”^{[1][2]}。因此, 规定最小剪力系数的目的, 实质就是为了确保结构具有足够的结构抗震(强度)安全度。也就是说, 剪力系数的最小限值是一个与社会经济水平相关的一个安全阈值, 与反应谱曲线本身的最小值及结构自身特性没有直接物理关联, 只是对结构的反应谱分析结果进行最小底部剪力修正的安全保障而已。

任何针对最小底部剪力系数而要调整反应谱曲线的尝试, 既违反反应谱自身的理论, 同时也是因果关系倒置。

美国相关规范(如 UBC 1997, IBC 2000-2012, ASCE 7-05)的相关规定(也可以参阅文献[2]、[8]、[9]对此问题的引述), 最小底部剪力系数为

$$C_s = \max(0.044S_{DS}I, 0.01) \quad (6)$$

其中: S_{DS} 为短周期设计反应谱加速度参数, I 为结构重要性系数。

美国规范中, 如果反应谱求得的底部剪力小于最小底部剪力要求(式(6)), 则要对反应谱求得的各层剪力进行相应的放大处理。(注: 这与我国抗规的调整思想是不同的, 美国规范的判定原则是底部剪力最小值, 然后全楼放大处理, 相当于对整体地震作用进行了放大)

可以看出美国相关规范对此问题处理的原则和简洁性。而且随着性能化设计在理论和实践上的深入, 美国 TBI 最新发布的高层建筑设计指南^[13]中已经给出使用性能目标替代最小底部剪力系数的指导意见。

4 规范对最小底部地震剪力系数的相关规定

4.1 规范对最小限值的规定

抗规 5.2.5 条的规定^{[1][2]}, 表面上是取: 当 $T_1 \leq 3.5$ s 时, $\lambda_{min} = 0.20\alpha_{max}$; 当 $T_1 \geq 5.0$ s 时, $\lambda_{min} = 0.15\alpha_{max}$; 中间线性插值。

其实, 抗规是采用 II 类场地($T_g = 0.35$ s) 来利用反应谱对最小底部地震剪力系数进行标定的: 当 $T_1 \leq 3.5$ s 时, $\lambda_{min} = \alpha(T = 3.5)$; 当 $T_1 \geq 5.0$ s 时, $\lambda_{min} = 0.88\alpha(T = 5.0)$ (可以验证, 这相当于对应 $T_1 = 6.0$ s 时的地震影响系数值, 即 $\lambda_{min} = \alpha(T = 6.0)$); 中间线性插值。(文献[5]对此进行了另外一种解读。需要指出的是, 其中对当 $T_1 \geq 5.0$ s 时, 相当于“内置”质量为 0.88M”的结论是基于这样一个假定: 结构等效质量只影响地震作用力计算, 不对周期有影响——这相当于规范对底部剪力法的处理。)

本文不涉及到对规范最小限值的具体数值讨论(相关对比可参见文献[8]), 只对此限值的物理概念及其原理进行分析(可对比美国规范的式(6))。下面结合工程实践的经验, 及抗震工程的基本原理, 来对抗规的规定进行相关讨论。

(1) 振型分解法的核心概念之一“振型参与质量系数”是评判各振型对底部剪力的贡献(所谓的“振型因子”也是这个概念的拓展)。也就是说采用振型分解法来求解动力方程, 不论是反应谱法还是振型叠加时程分析法, 它们的基础都是“振型叠加”, 都应采用“振型参与质量系数”来对振型数量进行判断, 判断的基础就是底部剪力(这就是文献[6][11]推导出剪重比公式与振型参与质量系数相关的内在原因; 换言之, 振型参与质量系数是采用单位基底加速度得到的, 而反应谱法的底部剪力系数是采用反应谱加速度

得到的,本质上这两个参数是一致的);而采用“逐步法”进行的非线性动力直接积分时程分析,避免了任何的叠加应用,就不存在“振型参与质量系数”的概念,因此抗规对 5.2.5 的条文解释中,笼统地要求“采用时程分析法,其计算的总剪力也需符合最小地震剪力的要求”,存在概念上的混淆:工程应用中通常采用的直接积分时程分析法,如果最小地震剪力过小,只能说明所选地震波的“问题”,此问题非反应谱法对最小地震剪力的“彼”问题。

(2) 抗规将底部剪力系数概念,简单化地延展到上部各楼层,是缺乏理论依据的。如(1)所述,底部剪力系数的来源是有其明确的物理含义的,但推广至上部各楼层,至少是没有理论上的支撑。事实上,按照现行规范的原则,上部楼层如果出现“竖向不规则”,是由 3.4.4 条进行判别和地震力放大处理的。

(3) 抗规将“扭转明显”的结构,划入“3.5 s 和 5.0 s”中,同样是缺乏理论依据。因为扭转明显在规范中处理是“平面不规则”的 3.4.4 条,可以看出将其纳入对反应谱法计算结果的判定。

(4) 抗规将结构基本周期按 3.5 s 和 5.0 s 进行划分,与规范反应谱曲线的分段(第一下降段为 $T_g \sim 5T_g$,第二下降段为 $5T_g \sim 6.0$ s)没有很好地衔接。如果改为 $10T_g$ 和 6.0 s 划分,既可以与现行反应谱形状匹配(比如反应谱在 $5T_g$ 与 6.0 s 之间为直线下降段;而且如前所述,规范对 5.0 s 的控制,由于给出 0.88 的“折扣”,其实就是 6.0 s 的取值),同时也可以解决最小底部剪力系数没有与场地挂钩的突出问题(否则就要像文献[5]中给出一张与场地等级相关的表格来详细规定最小剪重比)——用通俗的工程用语来表述这个建议的依据就是对“长周期”的判定应该基于场地特征周期,规范一律采用“3.5 s”来分界,显得有些“绝对化”。再进一步,如果标定最小限值的同时,考虑了阻尼比(会影响反应谱曲线的 η_1 、 η_2 和 γ),就可以覆盖结构不同阻尼特性的影响。

文献[3]和[4]都从工程实践的角度,列举出同一结构放在不同的场地可能所引发规范最小剪重比不合理的现象;文献[2]通过一个设计实例来解释说明“此问题并非是规范的问题”。

规范没有考虑场地因素肯定是客观存在的事实,不能通过这样一个实例,就能证明“更差场地能满足,更好场地不满足”这一悖论的不存在。因为:在 II 类场地的一个合理结构,满足规范最小剪重比要求,在 III/IV 类场地肯定满足规范要求,原因是 III/IV 类场地的反应谱曲线对相同结构的地震作用显然更大;反之则不一定成立。

如前分析,规范就是以“II 类场地”(第一组)为基准来对最小底部剪力系数进行标定的,不仅是 I 类场地不满足的可能性增大,而且就是 II 类场地在周期临界点附近也不能满足规范的限值。原因很简单,假定一个恰好为 $T_1 = 3.5$ s 的合理结构,位于 II 类场地上,由于基本周期的参与质量系数不可能为 1.0,那么其等效 α^{eff} 一定小于 α_1 ,即一定不满足规范最小限值的要求,如式(4)及图 1 所示。

文献[2]还通过 T_g 的回归分析,得到剪重比与 T_g 存在线性关系。其实,这个现象是反应谱形状所决定的,因为规范反应谱在第一下降段地震影响系数与场地特征周期是指数 γ (阻尼比为 0.05 时, $\gamma = 0.9$)关系,而第二下降段是指数为 1.0 的关系,故如果结构的前几阶控制振型都为位于第一、二下降段,必然就有这个大致关系。

4.2 规范对不满足最小限值的处理方法

抗规对 5.2.5 的条文说明^[1]及文献[2],都将不满足最小底部地震剪力系数的情况,归为“结构不合理”,需要对结构方案进行调整,提出了一套“详细的”判定和调整上部楼层剪力的方案^[1]。

如果认定清楚了最小底部剪力系数规定的实质是“对反应谱地震作用计算的最小规定,以确保结构具有足够的结构抗震(强度)安全度”这一基本前提,那么就不应该将此系数作为结构合理性的判据并对结构方案进行所谓的调整。

况且,经过调整的结构方案(使其计算结果“硬性”达到此限值要求),并不能证明调整方案比原方案更优,而往往都要增大结构刚度,导致构件截面加大,造成材料用量和设计难度大幅度提升^[6]。文献[9]给出设计实例对比分析研究表明,这样做甚至在抗倒塌能力上还不如原方案。

从最小底部剪力系数的本质上看,这个结构整体性指标并不具备对结构方案优劣判定标准的基本属性。合乎逻辑和概念的处理方式,就是按最小限值对结构的计算地震作用进行相应的放大处理即可,以实

现这个规定的本来目的。

5 主要结论

当今世界范围的设计规范，都在朝着性能化设计迈进，某些局限于当时技术条件所局限的整体性控制指标，会越来越被更合理的设计方法和参数所取代。随着减隔震技术的日渐成熟，“抗震”亦在向“减震”方向转化。

(1) 地震作用采用反应谱进行计算，底部剪力系数的大小虽然与结构自身特性有关，同时与反应谱曲线相关，但目前不能从理论上证明，此系数可以作为结构合理性与否的判定标准。依据对此问题处理的原理，最小底部剪力系数是基于保障结构设计（强度）安全的，当计算底部剪力不满足规定限值时，直接按比例放大地震作用即可。

(2) 我国规范对最小底部剪力系数的规定，存在改进的余地，以期更符合基本结构抗震设计概念。

(3) 试图将最小底部剪力系数限值去“修正”反应谱曲线形状的做法，缺乏理论依据，并且将导致反应谱曲线丧失其固有的物理意义。

参考文献

- [1] GB 50011-2010 建筑抗震设计规范[S]. 北京：中国建筑工业出版社，2010.
- [2] 王亚勇. 关于建筑抗震设计最小地震剪力系数的讨论[J]. 建筑结构学报, 2013, 34(2):37-44.
- [3] 汪大绥, 周建龙, 姜文伟, 王建, 江晓峰. 超高层结构地震剪力系数限值研究[J]. 建筑结构, 2012, 42(5):24-27.
- [4] 方小丹, 魏琰, 周靖. 长周期结构地震反应的特点与反应谱[J]. 建筑结构学报, 2014, 35(3):16-23.
- [5] 魏琰, 韦承基, 王森. 高层建筑结构抗震设计中的剪重比问题[J]. 深圳土木与建筑, 2013, 39(3):16-20.
- [6] 廖耘, 容柏生, 李盛勇. 剪重比的本质关系推导及其对长周期超高层建筑的影响[J]. 建筑结构, 2013, 43(5):1-4.
- [7] 黄吉峰, 李党, 肖丽. 建筑结构剪重比规律及控制方法研究[J]. 建筑结构, 2014, 44(3):7-12.
- [8] 扶长生, 张小勇, 周立浪. 长周期超高层建筑的最小底部剪力系数[J]. 建筑结构, 2014, 44(10):1-6.
- [9] 卢啸, 甌伟, 陆新征, 叶列平. 最小地震剪力系数对超高层建筑结构抗震性能的影响[J]. 建筑结构学报, 2014, 35(5): 88-95.
- [10] CHOPRA A K. Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering (2nd Edition)[M]. 北京：清华大学出版社，2005.
- [11] 扶长生著. 抗震工程学——理论与实践[M]. 中国建筑工业出版社, 2013.
- [12] WILSON E L. Static and Dynamic Analysis of Structures [M], Fourth Edition (Revised June 2010). Computers and Structures Inc., Berkeley USA, 2010.
- [13] TBI. Guidelines for performance-based seismic design of tall buildings [S]. PEER Report No. 2010/05, 2010.

附加偏心距和 $P-\delta$ 效应相关规定的演化与讨论

李楚舒, 李立, 陈云波, 芮继东
(北京筑信达工程咨询有限公司, 北京 100043)

[摘要] 从我国混凝土结构设计规范的演化并对比参照欧美规范, 详细讨论了附加偏心距和构件设计考虑 $P-\delta$ 效应的相关规定, 对构件的最终弯矩设计值的数学表达进行了分析, 对这两问题处理的逻辑形式进行了讨论, 并依据欧美规范的逻辑写出了相应的表达式, 供大家参考讨论。

[关键词] 附加偏心距; $P-\delta$ 效应; 柱设计弯矩

中图分类号: TU318, TU973 文献标识码: A 文章编号: 1002-848X(2015)S1-0562-06

Discussions and evolutions of specifications on the additional eccentricity and $P-\delta$ effect

Li Chushu, Li Li, Chen Yunbo, Rui Jidong

(Beijing Construction Information Solution Engineering Consulting Co., Ltd., Beijing 100043, China)

Abstract: Detailed discussions on specifications on the additional eccentricity and $P-\delta$ effect were presented, according to the evolution of GB 50010 and comparison of ACI and EC2 codes. The expressions of the final design moment were given. Also discussion for its logic problem in the procedure was presented. For the references, the expressions were given according to the logic of ACI and EC2.

Keywords: additional eccentricity; $P-\delta$ effect; design moment of column

0 引言

目前国际规范和我国规范在混凝土结构设计中考虑二阶 $P-\Delta$ 效应普遍采用的做法都是:1) 在结构分析阶段, 考虑由于节点侧向位移产生的 $P-\Delta$ 贡献, 这只需要考虑与 $P-\Delta$ 贡献相关的几何刚度就可以了;2) 在构件设计阶段, 通过考虑二阶效应的弯矩放大系数, 来考虑由于构件节点间挠曲产生的 $P-\delta$ 贡献^[1]。

由于材料缺陷和作用位置偏差等因素影响, 各国规范都要考虑附加偏心距对弯矩进行放大处理, 以利于提高构件的安全储备。因此, 如何考虑 $P-\delta$ 贡献和附加偏心距的规定, 将直接影响构件承载力的设计。本文通过对我国近二十年所历经的三个版本规范的纵向对比分析, 并对当前美国 ACI 规范和欧洲 EC2 规范的横向比较, 希望厘清其中的发展变化脉络, 明晰相关的物理概念, 供广大科研设计人员参考。

1 我国混凝土规范的演化

我国混凝土结构设计规范近二十年的版本包括 GBJ 10—89(简称 89 规范)、GB 50010—2002(简称 02 规范)、GB 50010—2010(简称 10 规范)。为了描述清晰, 以下统一采用规范具体条文编号, 公式也采用规范的编号, 前面加上规范年代号, 式中的符号说明见相关规范, 没有特别之处, 本文不给出具体解释。

1.1 89 规范^[2]

(1) 附加偏心距 e_a

$$e_a = 0.12(0.3h_0 - e_0) \quad (89 \text{ 4.1.15-5})$$

89 规范考虑荷载作用位置的偏差、混凝土的非均匀性、配筋的不对称以及施工制造的误差等原因, 构件往往会产生附加的偏心距。尤其在偏心距 e_0 较小时, 其影响就更为明显, 因此, 有必要考虑附加偏心距 e_a 的影响^[3]。

文献[3]指出, 89 规范参照各国规范并考虑到我国的工程经验, 取附加偏心距 e_a 为变值: 当 $e_0 = 0$ 时, 取 $e_a = h/30$; 当 $e_0 \geq 0.5h_0$ 时, 取 $e_a = 0$; 之间按 e_a 与 e_0 的线性关系, 即式(89 4.1.15-5); 并指出 $e_0 = 0.3h_0$ 大体上为大小偏心的界限偏心距(可以演算出 10 规范单排对称配筋的界限偏心距为 $e \approx 0.27(1 + 3.2\xi)h$ 。忽略含钢特征值 ξ , 将丢失重要物理意义)。

e_a 有两个特点: 1) 它是截面有效高度 h_0 和 e_0 的函数, 当截面确定时, 它随 e_0 的增大而线性减小, 直至为零; 2) 它是一个分段函数, 当 $e_0 \geq 0.3h_0$, 其值为零, 也就是说其目的是为了保证小偏压的安全度, 对大偏压不起作用。

教材[3]中指出: 计算表明, 当 $e_0 = 0$, 取 $e_a = 0.036h_0 = h/30$ 时, 按偏心受压计算的截面承载力与按轴心受压计算所得承载力大体相同。这个基本概念将直接影响到 P-M 相关曲线的形状, P-M 的讨论见第 3 节相关内容。

(2) 偏心距增大系数 η

89 规范 4.1.20 条规定,计算偏心受压构件时,应考虑构件在弯矩作用平面内挠曲对轴向力偏心距的影响,初始偏心距应乘以偏心距增大系数。

$$\eta = 1 + \frac{1}{1400e_i/h_0} \left(\frac{l_0}{h} \right)^2 \zeta_1 \zeta_2 \quad (89.4.1.20-1)$$

$$\zeta_1 = \frac{0.5f_c A}{N} \quad (89.4.1.20-2)$$

$$\zeta_2 = 1.15 - 0.01 \frac{l_0}{h} \quad (89.4.1.20-3)$$

其理论依据主要有:1)以两端铰接柱的挠度曲线为正弦曲线(假定挠度方程 $y = f \sin(\pi x/l)$,这与两端铰接均布荷载下的实际挠度方程 $y = 16fx(l^3 - 2lx^2 + x^3)/5l^4$ 高度近似, f 为跨中挠度),得到柱中部控制截面的曲率;2)采用平截面假定及大小偏心受压界限破坏(受拉钢筋屈服且受压混凝土破坏);3)考虑偏心距和长细比对曲率的影响系数 $\zeta_1 \leq 1$ 、 $\zeta_2 \geq 1$;4)考虑长期荷载下混凝土的徐变系数为 1.25 及取值 $\varepsilon_{cu} = 0.0033$ 和 $\varepsilon_y = 0.0017$ 。详细的推导过程见根据 89 规范编制的清华大学土木工程系教材^[3]。

由于历史的原因,在 89 规范里没有明确条文指出如何分别考虑 $P-\Delta$ 效应和 $P-\delta$ 效应。从其原理不难发现,89 规范的 4.1.20 条就是在考虑构件自身的 $P-\delta$ 效应。

1.2 02 规范^[4]

(1) 附加偏心距

02 规范 7.3.3 条规定,附加偏心距 e_a 取 20mm 和偏心方向截面最大尺寸的 1/30 两者中的较大值,即 $e_a = \max(20, h/30)$ 。

截面高度 h 从 200mm 至 1500mm 的范围内,绘制出 02/10 规范和 89 规范的 e_a 值,见图 1 所示(10 规范与 02 规范在附加偏心距的规定是一样的,详见 1.3 节)。

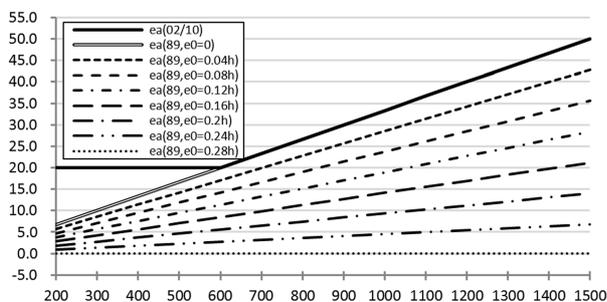


图 1 02/10 规范与 89 规范的附加偏心的对比

从图 1 中可以看出在 e_a 的取值上,02 规范与 89 规范发生了较为显著的改变:02 规范全面提升了 e_a 的取值,仅在 $e_0 = 0$,且 $h \geq 600\text{mm}$,02 规范与 89 规范一致;但 89 规范的 e_a 是随着 e_0 的增加而线性减小至

0(当 $e_0 \geq 0.3h_0$ 时, $e_a = 0$),而 02 规范的 e_a 与 e_0 无关,显然这与 89 规范对 e_a 规定的初衷(见 1.1 节的内容)在概念上是不同的。02 规范这样规定的理由是,附加偏心距 e_a 是一个仅考虑几何缺陷随机因素的安全保障条件,因而与 e_0 无关。

(2) 偏心距增大系数 η

02 规范 7.3.10 对偏心距增大系数 η 的规定,完全与 89 规范一致,这里不再给出规范的具体公式。

由于附加偏心距 e_a 的改变,虽然 η 的计算结果比 89 规范小,但承载力设计更保守(即承载力设计值更大,参见式(1))。02 规范 7.3.9、7.3.10、7.3.12 中明确了如何考虑 $P-\Delta$ 效应/贡献和 $P-\delta$ 效应/贡献,这是一个进步。

(3) 最终设计弯矩值

设计人员最关注的是最终的设计内力是如何从计算内力进行调整的。根据规范的逻辑,综合 e_a 和 η ,最终的设计弯矩值为(89 规范也是同样表达式,只是 e_a 的取值不同而已):

$$M_c = N\eta e_i = M + Ne_a + Nh_0 \left[\frac{1}{1400} \left(\frac{l_0}{h} \right)^2 \zeta_1 \zeta_2 \right] \quad (1)$$

式中: M_c 为柱的设计弯矩值; M 和 N 分别是设计荷载组合得到的弯矩值和轴力值(已经在分析中考虑了 $P-\Delta$ 效应)。

根据式(1)可得出如下结论:

1)设计弯矩值 M_c 等于三部分之和:原有 M 、 Ne_a (附加偏心距项)和考虑 N 与构件弯曲影响造成弯矩增大(第三项)。各部分物理含义明确。2)虽然附加偏心距 e_a 对 η 的计算有影响,但由于采用是偏心距增大系数的概念,第三项并不与 e_a 产生耦合关系。3)由于 e_a 的改变,所以 02 规范在构件承载力设计时比 89 规范更保守。即,除 $e_0 = 0$ 且 $h \geq 600\text{mm}$ (这种情况 02 规范和 89 规范的 e_a 一样,见图 1)之外,柱的配筋量会加大。

1.3 10 规范^[5]

(1) 附加偏心距 e_a

10 规范 6.2.5 条附加偏心距 e_a 与 02 规范一致,即 $e_a = \max(20, h/30)$ 。

(2) 考虑偏压构件 $P-\delta$ 效应的 $C_m-\delta_{ns}$ 法

10 规范 6.2.4 条采用与美国 ACI 规范相似的 $C_m-\delta_{ns}$ 法(ACI 中称为 $C_m-\delta_{ns}$ 法)来考虑构件二阶 $P-\delta$ 效应,采用极限曲率表达形式,故沿用 89/02 规范的,但做了一定调整。

$$M = C_m \eta_{ns} M_2 \quad (10.6.2.4-1)$$

$$C_m = 0.7 + 0.3 \frac{M_1}{M_2} \quad (10.6.2.4-2)$$

$$\eta_{ns} = 1 + \frac{1}{1300(M_2/N + e_a)/h_0} \left(\frac{l_c}{h}\right)^2 \zeta_c \quad (10.6.2.4-3)$$

$$\zeta_c = \frac{0.5f_c A}{N} \quad (10.6.2.4-4)$$

式中 $C_m \eta_{ns} \geq 1.0$ 。

10 规范 5.3.4、6.2.4 条中明确了如何考虑 $P-\Delta$ 效应和 $P-\delta$ 效应,相对 02 规范来讲,在第五章“结构分析”(5.3.4 条)里进一步规定了在计算分析中对 $P-\Delta$ 效应的考虑,更加明确了 $P-\Delta$ 的分析方法(5.3.4 中规定, $P-\Delta$ 分析时要对结构刚度进行折减——针对不同的分析目的,是需要区别对待的)。

(3) 最终设计弯矩值

按照规范的逻辑关系(先执行 6.2.4 条规定,此时的 M_2 是不考虑附加偏心距的计算值,但 η_{ns} 却采用了 e_a ;然后再使用附加偏心距进一步对 M 进行放大——在给出 ACI 和 EC2 规范的处理方法后,分别对这个逻辑关系进行讨论),综合 e_a 和 C_m-C_{ns} ,最终的构件设计弯矩值为:

$$M_c = C_m \eta_{ns} M + N e_a = C_m M + N e_a + C_m N h_0 \left[\frac{1}{1300(1 + e_a/e_0)} \left(\frac{l_c}{h}\right)^2 \zeta_c \right] \quad (2)$$

需要指出的是,10 规范在 e_0 的定义中,弯矩的取值是式(10.6.2.4-1)放大后的弯矩,并非从设计组合得到的原始计算弯矩,这是因为规范对附加偏心距的处理放在了二阶 $P-\delta$ 效应之后,参见上段的说明。为了对比方便,本文依旧采用原始计算弯矩来定义 e_0 ,即 $e_0 = M/N$,故式(2)中 e_0 定义与 10 规范是不同的,偏压构件 $e_0 \neq 0$ 。

对比(1)(2)两式,得出一些结论,并展开讨论:

(1)10 规范的设计弯矩值 M_c 也等于三部分之和,但第三项出现了 e_a/e_0 ,即构件弯曲造成的弯矩增大与这个比值有关,而且还有 C_m ,这就使得其物理含义不清晰了,各变量之间的相互关系更加复杂,不利于工程应用和参数分析。

(2)10 规范引入 C_m ,考虑柱两端弯矩不同对的影响 $P-\delta$,是符合结构分析原理的,规范的定义为“构件端截面偏心距调节系数”,规定其取值范围为 $0.7 \leq C_m \leq 1.0$ 。首先,这个定义值得商榷: $C_m-\eta_{ns}$ 法源于 ACI 规范的 $C_m-\eta_{ns}$ 法,ACI 中对 C_m 定义原文是“a correction factor relating the actual moment diagram to an equivalent uniform moment diagram”,也就是说, C_m 是针对等效均布荷载弯矩图来对实际弯矩图的修正,只与 M_2 和 M_1 有关,并非要调节“偏心距”。其次,10 规范对 C_m 的取值范围“过于保守”:它其实就是来调节柱两端不同弯矩值时对柱中截面弯矩的修正(参见

1.1 节中对 89 规范 η 的理论假定),理论上这个参数的形式是 $0.5 + 0.5M_1/M_2$,取值范围为 $[0,1]$;ACI 和 EC2 的形式是 $0.6 + 0.4M_1/M_2$,取值范围为 $[0.4,1]$,10 规范对其取值范围的限定,相当于不考虑柱两端弯矩异号时的影响(两端弯矩异号,说明柱中存在反弯点,此时的较小,造成的 $P-\delta$ 效应也小——这是以风荷载或水平地震作用的侧向力作用下,柱的典型情况),偏于过于保守。

(3)10 规范的 η_{ns} 对 89/02 规范的 η 进行了更改,详细见规范条文说明。这里需要指出是:虽然 l_c 也称为“计算长度”,这与同样称为计算长度的 l_0 是有区别的,比如,对于现浇楼盖的非底层柱,式(1)(89/02 规范)的 $l_0 = 1.25H$,而式(2)(10 规范)的 l_c 可以保守地取为 H_n (柱的净高,即柱的无支撑长度),因为 ACI 对 δ_{ns} 的计算是基于轴心受压欧拉稳定公式,所以才保守地取 $l_c = H_n$ (这个结论无法直接从式(10.6.2.4-3)得出,详见 2.1 节)。

(4)89/02 规范虽说是采用偏心距增大系数 η ,并在 η 的计算中涉及到附加偏心距 e_a ,但最终的弯矩设计值的第三部分消掉了 e_a (见式(1))。10 规范采用 η_{ns} 继续沿用前两本规范的概念,但最终弯矩设计值的第三部分中 e_a 不能消掉,造成了各参数间的关系更加复杂,物理关系也不明确。而且在 η_{ns} 计算中附加偏心距 e_a 的正负号取值上更会引起争论(注释:因为 89/02/10 规范中都对矩形截面非对称配筋的小偏心受压构件,当 $N > f_c b h$ 时,取附加偏心距为 $-e_a$,“以考虑不利方向的附加偏心距”——基于这样的缘由,工程师有理由在单独计算 η_{ns} 的时候,考虑附加偏心距 e_a 不利方向取值的问题)。

(5)综合来看,一般情况下 10 规范按式(2)比 02 规范按式(1)进行的配筋设计会小。主要涉及到 C_m 的引入和第三项分母中增加了 e_a/e_0 。前面(2)中提到,引入 C_m 来考虑柱两端弯矩情况来考察 $P-\delta$ 效应是合理的;但第三项分母中出现 e_a/e_0 ,在概念上值得商榷。

2 欧美国家混凝土规范的对照

我国规范在前期主要学习和借鉴前苏联,改革开放后,又大量借鉴欧美主要发达国家和地区的相关规范。本文希望通过对美国 ACI 规范和欧洲 EC2 规范相关规定的梳理,在混凝土设计理论和应用上,对我国规范进行横向的对比。

同样,涉及到的符号详细说明请参照原规范,本文会给出重要符号的说明,以便于讨论。

2.1 ACI 规范^[6]

ACI 318 近十年来有多个版本,比如 02、05、08、11

(代表年代号), 涉及到本文主题的相关内容基本没变, 本文依据 ACI 318-11 版本进行讨论。

(1) 步骤 1: 确定设计内力。

通过设计荷载组合得到构件的内力 P_u, M_{2u}, M_{3u} (在本节中只考虑单向偏压, 故只有 P_u, M_u) 后, ACI 首先要做的就是对最小偏心距的考察: 如果 $e_i = M_u/P_u < e_{i, \min}$, 则需要对弯矩进行放大 $M_u = P_u e_{i, \min}$ 。ACI 10. 10. 6. 5 条规定最小偏心距为 $e_{i, \min} = (0. 6 + 0. 03h) \text{in}$, 或 $e_{i, \min} = (15. 2 + 0. 03h) \text{mm}$ 。

然后再进一步考虑弯矩的放大。

(2) 步骤 2: 确定弯矩放大系数。

弯矩放大系数分离为: 有侧移系数 δ_s (整体稳定效应) 和无侧移系数 δ_{ns} (单独构件稳定效应), 这样就将分析得到的弯矩分为两部分: 有侧移弯矩 M_s 和无侧移弯矩 M_{ns} 。

$$M = M_{ns} + \delta_s M_s \quad (\text{ACI } 10 - 18, 10 - 19)$$

由于在分析中考虑了 $P-\Delta$ 贡献 (ACI R10. 10. 10. 4, R10. 10. 4), δ_s 取为 1, 只需在构件设计层面考虑构件端部间挠曲的 $P-\delta$ 贡献。

$$M_c = \delta_{ns} M \quad (\text{ACI } 10 - 11)$$

M_c 是设计用到的最终弯矩值。

$$\delta_{ns} = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0. 75P_c}} \geq 0 \quad (\text{ACI } 10 - 12)$$

$$C_m = 0. 6 + 0. 4 \frac{M_a}{M_b} \geq 0. 4 \quad (\text{ACI } 10 - 16)$$

M_a 和 M_b 与 10 规范的 M_1 和 M_2 意义相同。

$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{(kl_u)^2} \quad (\text{ACI } 10 - 13)$$

这就是轴心受压的欧拉稳定公式。 k 可以保守地取为 1, l_u 为柱的无支承长度, 所以 kl_u 就是 10 规范的 l_c , 这就是 10 规范 l_c 取 H_n 的缘故。

式 (ACI 10 - 13) 中的 EI , 需要按规范进行折减:

$$EI = \frac{0. 4E_c I_g}{1 + \beta_{dns}} \quad (\text{ACI } 10 - 15)$$

E_c 为混凝土弹模, I_g 为毛截面惯量。

$$\beta_{dns} = \frac{\text{最大轴向恒载设计值}}{\text{最大全部轴向荷载设计值}} \leq 1. 0$$

(ACI 10. 10. 6. 2)

在 ACI 条文说明 R10. 10. 6. 2 中, β_{dns} 是考虑恒荷载持续作用下的徐变效应, 可以简化地取 $\beta_{dns} = 0. 6$, 这样式 (ACI 10 - 15) 化为 $EI = 0. 25E_c I_g$ 。

由于 $\delta_{ns} \geq 1. 0$, 故 P_u 必须小于 $0. 75P_c$ 。如果 P_u 大于或等于 $0. 75P_c$, 构件失效。

可以看出, ACI 在处理最小偏心距和构件自身弯曲挠度导致的弯矩放大作用 ($P-\delta$ 贡献), 过程简单清

晰, 各物理量含义明确, 便于理解和应用。为了讨论方便, 再将 10 规范和 ACI 规范的附加偏心距 e_a (由 $e_{i, \min}$ 转换而来, ACI 采用的是最小偏心距的概念) 在图 2 中绘出。

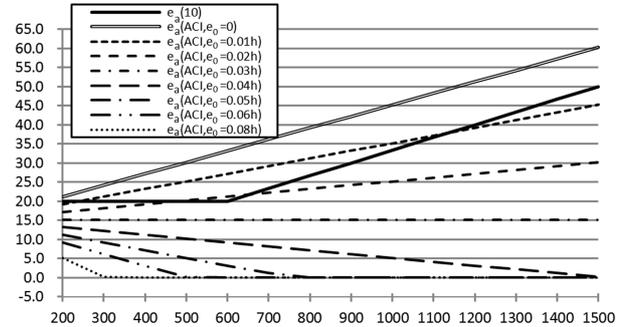


图 2 我国 10 规范与 ACI 规范附加偏心距的对比

比照我国规范, 进行相关讨论:

(1) ACI 的 e_a 与 e_0 相关, e_0 越大, e_a 越小, 这与 89 规范的规律是相似的, 但下降速率更快 (当 $e_0 = 0. 08h$ 时, 对于高度为 300mm 至 1500mm 的柱, e_a 为零), 说明 ACI 规范最小偏心距更加突出了对小偏心的控制。 $e_0 = 0$ 时, ACI 规范的 e_a 大于 10 规范, 这也可看出 ACI 的最小偏心距就是要解决小偏心的问题。

(2) 从 ACI 对构件 $P-\delta$ 效应的处理过程中, 可以清楚地看到: 首先处理 $e_{i, \min}$ (相当于我国规范的), 然后再进行 $C_m-\delta_{ns}$ 处理。概念很清楚。在 1. 3 节中, 已经指出 10 规范在执行 6. 2. 4 时, η_{ns} 却采用了 e_a , 而弯矩值却没有同时放大, 而是在执行完了此条之后, 再去考虑 e_a 对弯矩的放大。首先在概念和逻辑上不严谨, 其次单独对 η_{ns} 使用 e_a , 就会出现 e_a 正负号取值问题的疑惑。所以有理由按照当执行 6. 2. 4 时就考虑 e_a 对 M_2 的放大, 这样 10 规范的式 (2) 可以“修改”为:

$$M_c = C_m \eta_{ns} (M + Ne_a) = C_m \left\{ M + Ne_a + Nh_0 \left[\frac{1}{1300} \left(\frac{l_c}{h} \right)^2 \zeta_c \right] \right\} \quad (2 - 1)$$

式 (2 - 1) 比式 (2) 更加直观, 概念也更清晰, 三项的物理意义都很清楚 (参照式 (1)), 而且还依然保持了 $e_0 = M/N$ 的定义。式 (2 - 1) 与式 (1) 相比, 相当于各项都整体考虑了 C_m 。

2. 2 EC2 规范^[7]

对构件 $P-\delta$ 的效应, EC2 相对于 ACI 更复杂一些。但我国 10 规范的附加偏心距概念和对 $P-\delta$ 效应处理的原理都与 EC2 基本相同。

(1) 步骤 1: 确定设计内力。

通过设计荷载组合得到构件的内力 N_{Ed}, M_{22}, M_{33} (在本节中只考虑单向偏压, 故只有 N_{Ed}, M_{33}) 后, EC2

首先要考虑几何缺陷对一阶效应的放大。

几何缺陷偏心距:

$$e_i = \theta_i l_0 / 2 \quad (\text{EC2 5.2})$$

其中 l_0 为构件的有效长度。

$$\theta_i = \theta_0 \alpha_n \alpha_m \quad (\text{EC2 5.1})$$

式中: α_m 是构件数量折减系数,对单独构件取 1; α_n 是长度折减系数,取为 $2/\sqrt{l}$ (注:此处以 m 为单位); θ 为基本角度,是一个“NDP (National Dependent Parameter)”类型的参数,欧洲各国可以自己定义此参数,EC2 推荐使用 0.005。

这样考虑了几何缺陷的弯矩就为 $M_i = e_i N_{ed}$ 。其中 e_i 必须大于等于最小偏心距 e_{min} (EC2 6.2 条),其定义为 $e_{min} = h/30 \geq 20\text{mm}$ 。

EC2 几何缺陷偏心距的定义(当柱长不超过 16m 时,都是控制),按附加偏心距的概念与我国 02/10 规范完全一样。

(2) 步骤 2: 二阶效应弯矩放大。

基于相同的理由(在分析中采用考虑 $P-\Delta$ 贡献的计算方法,只需在构件设计层面考虑构件端部间挠曲的 $P-\delta$ 贡献),EC2 采用三种方法(名义刚度法、弯矩放大系数法和名义曲率法)来进行弯矩的放大,下面只介绍其中的后两种。

1) 弯矩放大系数法 (Moment Magnification Factor Method)

$$M_{Ed} = M_{0Ed} (factor) \quad (\text{EC2 5.31})$$

其中 $M_{0Ed} = M_{0e} + M_i$ 。

$$M_{0e} = 0.6M_{02} + 0.4M_{01} \geq 0.4M_{02} \quad (\text{EC2 5.32})$$

M_{02} 和 M_{01} 与 10 规范的 M_1 和 M_2 意义相同。

$$factor = 1 + \beta / [(N_B / N_{Ed}) - 1] \quad (\text{EC2 5.28})$$

其中 $\beta = \pi^2 / c_0$, c_0 可以取为 8; N_B 就是轴心受压的欧拉临界荷载,为 $N_B = \pi^2 EI / (\beta_i l_u)^2$ 。 β_i 可保守地取为 1, l_u 是构件相应方向上的无支承长度。当使用刚度法时,上式的需要进行折减: $EI = 0.3E_c I_g$ 。 E_c 为混凝土弹模, I_g 为毛截面惯量。

读者不难推导出,EC2 采用弯矩放大系数法与 ACI 的 $C_m-\delta_{ms}$ 法是一致的,只是系数有不同而已。

2) 名义曲率法 (Nominal Curvature Method)

$$M_{Ed} = M_{0Ed} + M_2 \quad (\text{EC2 5.31})$$

其中 $M_{0Ed} = M_{0e} + M_i$

$$M_{0e} = 0.6M_{02} + 0.4M_{01} \geq 0.4M_{02} \quad (\text{EC2 5.32})$$

附加的二阶弯矩为:

$$M_2 = N_{Ed} e_2 \quad (\text{EC2 5.33})$$

e_2 是弯曲产生的挠度

$$e_2 = (1/r) l_0^2 / c \quad (\text{EC2 5.8.8.2(3)})$$

l_0 为有效长度,等于 $\beta_i l_u$; c 取为 8;

$$1/r = K_r K_\phi 1/r_0 \quad (\text{EC2 5.34})$$

式中: K_r 取决于轴向荷载,默认为 1; K_ϕ 也取为 1,代表徐变可忽略;根据 EC2 5.8.8.3(1) 条, $1/r_0 = \varepsilon_{yd} / (0.45d)$, $\varepsilon_{yd} = f_{yd} / E_s$; 其中 f_{yd} 为钢筋屈服强度设计值, d 为混凝土受压面到受拉钢筋的距离(即为我国规范的 h_0)。

我国 10 规范采用的 $C_m-\eta_{ms}$ 法实质上就是 EC2 的名义曲率法。采用我国规范的符号表示 EC2 最终的设计弯矩(没有考虑徐变):

$$M_c = C_m M + N e_a + N \left(\frac{\varepsilon_y l_c^2}{3.6 h_0} \right) \quad (3)$$

比较式(3)与式(2),可以看出对此问题的处理,EC2 比 10 规范也要清楚而且简单。最重要的一点就是采用相同原理的 EC2 规范,将 C_m 对 M 的折减、附加偏心距引起的附加弯矩 $N e_a$ 和考虑曲率导致的额外弯矩 $N(\varepsilon_y l_c^2 / 3.6 h_0)$ 这三项,非常清晰地表达出来,概念很明确。

由于“所用钢材强度总体有所提高”,10 规范将 89/02 规范的 1/1400 变为 1/1300 (见式(1)和式(2))。在 89 规范中,考虑的 $\varepsilon_y = 0.0017$, $h/h_0 = 1.1$,在 10 规范中将 ε_y 的取值提高到了 0.0021。在式(3)中将 10 规范的参数带入,写成我国规范的形式,可以得到(注意,没有考虑徐变):

$$M_c = C_m M + N e_a + N h_0 \left[\frac{1}{1400} \left(\frac{l_0}{h} \right)^2 \right] \quad (3-1)$$

读者可以比较一下式(3-1)与式(2)。注意:如前所述, e_a 在 02/10 规范与 EC2 是相同的。如果式(3-1)考虑徐变系数,系数 1/1400 变成 1/1300,系数与 10 规范一样,但 10 规范中尚有 ζ_c 要考虑,而式(EC2 5.34)中 K_r 默认为 1 的含义就是“EC2 规范保守地不考虑轴力折减”,可以理解为,不考虑 10 规范的 $\zeta_c < 1$ 的情况,而取 $\zeta_c = 1$,故更保守。这里还需要指出的是,89 规范采用 ζ_1 的论述^[3]“试验表明,在大偏心受压时,实测极限曲率与 φ_b (即界限曲率)差不多,……,对大偏心受压情况,取 $\zeta_1 = 1$ ”,02/10 规范皆采用相同的理由,其实大偏压的极限曲率可以达到 $(\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{su}) / h_0$,大大地高于 $\varphi_b = (\varepsilon_{cu} + \varepsilon_y) / h_0$ 。

如果采用与 EC2 相同的附加偏心距和弯曲影响对最终设计弯矩修正的逻辑概念,10 规范的式(2)可以“修改”为:

$$M_c = C_m M + N e_a + N h_0 \left[\frac{1}{1300} \left(\frac{l_c}{h} \right)^2 \zeta_c \right] \quad (2-2)$$

溯其本源,由于在此问题上,我国历代规范更接近于 EC2 的概念,所以我国规范如果采用此处理逻辑

辑,可得到如式(2-2)的结果。如果采用式(2-2)这种 EC2 的处理逻辑,对于 10 规范中涉及弯矩由 Ne_i 表达的公式,需要用经过式(2-2)调整后 M_c 来替代,也就是说不再用 6.2.3 条来进行判别,统一都考虑 6.2.4 条,这样就不再出现初始偏心距表达的公式。

3 对 P-M 相关曲线形状的讨论

柱的轴力-弯矩关系曲线 P-M 是柱的破坏曲线,是对构件正截面进行承载能力设计的最核心的概念,当然考虑双向弯矩作用,就成了 P-M-M 相关面。这是研究构件正截面设计的基础(包括对梁的受弯承载力),柱的大小偏压、偏压/偏拉等概念都源于此。P-M 曲线是根据混凝土和钢筋的应力应变关系得到的(详细的假定可以参见 10 规范 6.2.1 条)。

中国规范的 P-M 曲线如图 3 所示(采用 CiSDesigner 软件^[8]计算生成),其中 A 点为轴压点, E 段为极小偏心段, B 点为大小偏压界限点, EB 段为小偏压段, F 点为拉压界限点, BF 段为大偏压段, C 点为纯弯点, FG 段为大偏拉段, GD 段为小偏拉段, D 点为轴拉点。有关 PMM 的生成与相应破坏特性的讨论,作者将另行撰文讨论。

美国 ACI 规范的 P-M 曲线如图 4 所示(本图由 ETABS 计算所得)。ACI 规范的 P-M 曲线在顶部是一条水平直线,这是因采用 ACI 10.3.6.1 和 10.3.6.2 (与我国规范对轴压截面承载力折减概念相同)的考虑。

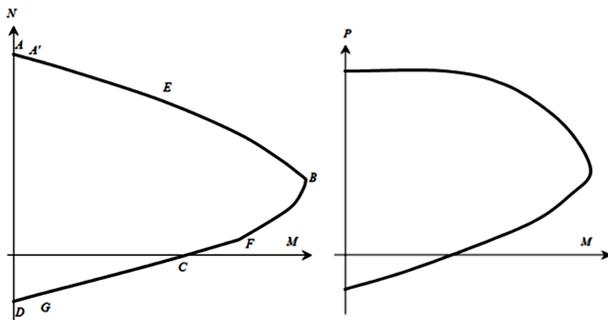


图3 中国规范的典型柱 P-M 曲线

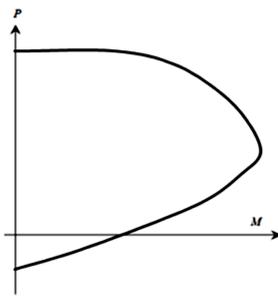


图4 ACI 规范的典型柱 P-M 曲线

如前所述, ACI 采用的是最小偏心距的概念, $e_{i, \min} = (15.2 + 0.03h)$, 也就是说不存在纯粹的轴心受压, 截面设计采用的弯矩必须大于或等于 $Ne_{i, \min}$ 。其目的就是为了保证截面在极小偏心距的情况下, 能够承担足够的弯矩, 以防止脆性破坏, 因此可以理解为当 $e_0 = 0$ 时, 取 $e_{i, \min}$ 得到的偏压承载力与轴压承载力相同。这个概念与 89 规范是一致的。

4 结论与建议

通过对我国 89/02/10 规范的纵向对比, 以及对

ACI、EC2 规范的横向对比, 可以比较清楚地看出我国规范对附加偏心距和考虑构件 $P-\delta$ 效应处理方式及其背后的原理。通过 ACI 和 EC2, 可以看出: 附加偏心距(或最小偏心距)是在考虑构件二阶效应之前就处理的, 通过二阶效应的考虑, 再进一步对弯矩进行放大, 这个逻辑概念是恰当的。整体来看, 针对这两个问题的处理, 我国规范更接近于 EC2。

有一个结论是可以肯定的: 10 规范在处理附加偏心距和考虑构件 $P-\delta$ 效应的顺序和逻辑上存在问题, 应该在考虑构件 $P-\delta$ 效应时, 除了在系数 η_{ms} 中考虑 e_a , 而且这时的弯矩也应考虑 e_a 来进行放大, 这样设计弯矩值就与 EC2 相似了(请对比式(2)与式(2-2))。89/02 规范之所以可以这样做的原因是, 采用的概念是偏心距增大系数 η , 通过承载力表达式引入 e_a 是没有问题的(η 虽有 e_i 的表达, 但最终的设计弯矩值中的第三项并不会出现偏心距。详见式(1))。有意思的是, 在 10 规范 2009 年 7 月的征求意见稿中, 在 η_{ms} 中就没有 e_a 。这个方法还是有一定道理的, 相当于在处理 $P-\delta$ 时先不考虑 e_a , 最后在承载力表达式中一次性处理, 按这个逻辑还可以写出式(2-3)。请对比式(2)与式(2-1)、式(2-2)和式(2-3)。

$$M_c = C_m M + Ne_a + C_m N h_0 \left[\frac{1}{1300} \left(\frac{l_c}{h} \right)^2 \zeta_c \right] \quad (2-3)$$

最后必须要说明的是, 本文旨在对这些规范的原理、逻辑和表达形式进行了对比分析, 目的是为广大工程设计人员和规范编制人员提供一些原始素材, 希望能够对规范的改进有所帮助。

参考文献

- [1] 李楚舒, 李立, 刘春明, 等. 结构设计中如何全面考虑 $P-\Delta$ 效应[J]. 建筑结构, 2014, 44(5): 78-82.
- [2] GBJ 10-89 混凝土结构设计规范[S].
- [3] 庄崖屏, 江见鲸, 荆树英, 等. 钢筋混凝土基本构件设计[M]. 2版. 北京: 地震出版社, 1993.
- [4] GB 50010—2002 混凝土结构设计规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002.
- [5] GB 50010—2010 混凝土结构设计规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2011.
- [6] Building code requirements for structural concrete (ACI 318-11) and commentary [S]. America Concrete Institute, 2011.
- [7] EN 1992-1-1 Eurocode 2: design of concrete structures—part 1-1: general rules and rules for buildings [S]. European Committee for Standardization, 2004.
- [8] CiSDesigner: 筑信达钢筋混凝土构件设计软件(v1.0)用户手册[M]. 北京: 北京筑信达工程咨询有限公司, 2015.

P-M-M 相关面的生成及其形状讨论 (讨论稿)

李楚舒, 陈云波, 芮继东, 李立

(北京筑信达工程咨询有限公司, 北京 100043)

[摘要] 直接通过截面极限状态应变的控制点, 本文提出一种快速生成钢筋混凝土构件截面 P-M-M 相关面的数值算法, P-M-M 相关面是钢筋混凝土构件正截面承载力极限状态设计的基石。结合混凝土和钢筋的实际应变, 分析讨论了 P-M 曲线各个阶段的破坏形态及承载力矢量(M,N)的数学表达。指出“混凝土达到极限受压应变, 同时钢筋达到极限受拉应变”是构件“偏压”与“偏拉”的临界状态, 同时对规范相关条文规定进行了梳理和讨论。

[关键词] P-M-M 相关面; 数值算法; 钢筋混凝土构件; 破坏形态; 承载力矢量; 偏压与偏拉的临界状态

Generation of P-M-M interactive surface and discussion on its shape

Li Chushu, Chen Yunbo, Rui Jidong, Li Li

(Beijing Construction Information Solution Engineering Consulting Co. Ltd., Beijing 100043, China)

Abstract: Based on the key points at strains of ultimate state of section directly, a fast algorithm to generate the P-M-M interactive surface was proposed. This surface is the cornerstone for the ultimate strength design of reinforced concrete normal section. According to the strain state both of concrete and reinforcements, each failure state in P-M curve was discussed, as well as its ultimate strength capacity vector (M,N) mathematical expression. The argument of that when concrete reaches its ultimate compression strain and reinforcement reaches its ultimate tensile strain simultaneously, the section is at the critical state of eccentric compression and tension, was proposed. Some further discussions for those specifications in design code were presented.

Keywords: P-M-M interactive surface; numerical algorithm; reinforced concrete element; failure state; ultimate strength capacity vector; the critical state between eccentric compression and tension

极限强度理论的基本原则就是求出截面在承载力极限状态时的极限承载力(如 M_u, V_u, N_u 等), 然后控制作用于截面的内力设计值(M, V, N 等)不大于极限承载力。对于正截面极限承载力不存在相互关联的情况下, 可以直接采用当前截面的内力设计包络值, 比如梁设计时只考虑极限正负弯矩; 而对正截面极限承载力存在相互关联的情况下, 必须对当前截面的每一组内力设计值(本文称为内力矢量 (M, N))逐个检查, 比如柱设计。

钢筋混凝土构件正截面承载力的计算方法比较成熟, 它采用平截面假定等几个基本假定, 通过静力平衡和变形协调条件, 建立起计算模式, 力学概念明确, 计算精度高, 适用范围较广。目前包括我国在内的大多数国家的设计规范均采用此方法。

本文讨论的构件正截面承载能力设计方法, 适用于压弯/拉弯的柱、纯弯的梁、剪力墙、异形柱、钢管混凝土柱、型钢混凝土柱等构件设计。但本文只讨论钢筋混凝土梁柱正截面承载力的问题。

1 如何生成 P-M-M 相关面

我国混凝土结构设计规范 GB50010-2010 (以下简称为我国 10 规范; 以 89 规范、02 规范来指代

不同年代的规范版本)^[1]的 6.2.1 条的具体规定是:

1) 平截面假定; 2) 混凝土的应力应变关系(不考虑混凝土的抗拉强度); 3) 钢筋的应力应变关系(钢筋极限拉应变 ϵ_{su} 取为 0.01)。

我国和欧洲规范 EC2 的混凝土本构模型相似, 都是将强化段取为水平; ACI 采用的是 Hognestad 模型, 强化段为向下的斜直线。我国规范规定了 $\epsilon_{su} = 0.01$, EC2 和 ACI 没有专门的规定^{[2][3]}。

图 1 是一条典型的 P-M 曲线, 图中各点的含义见 2.0 节的解释。

以上是计算方法的假定和原则, P-M 曲线生成方法如下。

首先需要对全截面进行单元划分, 形成纤维单元(混凝土纤维和钢筋纤维)。

在国内较权威的两本研究生教材^{[4][5]}中都提到了相似原理的算法, 本文称之为“算法 0”:

1) 先给定一个初始 N_0 为定值; 2) 从零开始, 令 ϵ_c 为某一值; 3) 设定一压区高度 x_{n0} 值(注意不是等效压区高度), 根据平截面假定得到各纤维单元的应变; 4) 由材料的本构模型得到各纤维的应力; 5) 验算截面的平衡方程(N 是否等于 N_0), 如

不满足,需要迭代 x_{n0} 以得到 $N = N_0$; 6) 根据截面平衡方程,求出 M ,并可以得到曲率 φ ; 7) 逐步增大 ε_c 值; 8) 重复步骤 3~7,直到 $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$,这样就得到了 $N = N_0$ 时的 M 和 φ ; 9) 对所有 N 范围的 N_0 ,重复步骤 1~8,至此就能得到弯矩为正的 P-M 曲线(对于非对称配筋,还要计算弯矩为负的那一半 P-M 曲线)。

此方法的计算量特别大,主要涉及到两个嵌套循环(对 N_0 循环,内嵌对 ε_c 循环)和一个迭代(步骤 5),为了保证曲线的准确性,两个嵌套循环的步长都应设置为相当小的数值。虽然现在 PC 的计算能力已经足够强大了,但如果考虑要对实际工程中每一根柱子的每一个截面的每一个设计荷载工况,在每一个假定配筋形式下,要生成一个三维的 P-M-M 曲线族(即相关面,考虑双向弯矩与轴力相互作用时必需的),将导致不可接受的运算时间。

文献[6]针对异形柱双向配筋进行了讨论。对一个柱子,在一个工况下,求解中和轴花了十分钟;采用将两个方向的弯矩合成一个弯矩的“减少一个变量”法,在 586 微机上,100 根柱,用时 6s,这应当只是对一个设计工况而言的。

本文作者通过对截面应变关系的分析(详见第 2 节),不关注加载过程,直接采用了截面各个极限状态时的极限应变分布关系作为 P-M 曲线的控制点,快捷地实现了 P-M-M 包络面^[7],而且还可以清晰地阐释各个破坏状态(详见第 2 节)。

本文提出的“算法 1”十分直观和简单:

(1) 按照图 2 所示的截面极限状态应变控制线(1~11 号线)就可以得到如图 1 所示矢量控制点(M, N),适当加密一下各控制线之间的应变取值(再增加不到 10 根应变线,就可以得到非常精确的全曲线),就可以得到如图 1 的 P-M 曲线;

(2) 通过绕重心点旋转主轴,依次采用(1)就可得到 P-M-M 曲线族,这就是三维的相关面。

图 2 中, a 是最下部钢筋到截面下边缘的距离, a' 是最上部钢筋到截面上边缘的距离。

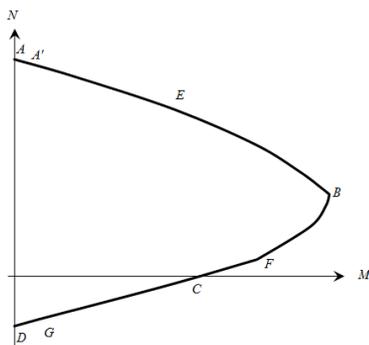


图 1 典型的 P-M 曲线

由于不涉及循环和迭代,“算法 1”的计算量比“算法 0”至少降低 5 个数量级,在普通 PC 上,计算一根柱子的 P-M-M 全曲面(24 条 P-M 曲线),只需要几十毫秒(混凝土纤维划分为 $5 \times 5\text{mm}$)。

可以看出“算法 0”的破坏准则只有一个,即混凝土达到 ε_{cu} ,没对钢筋最大拉应变 ε_{su} 进行判断。

P-M 曲线的两个控制性参数为:混凝土极限压应变 ε_{cu} ,钢筋极限拉应变 ε_{su} 。我国规范对前者取为 0.0033,对后者取为 0.01; EC2 规范对前者取为 0.0035,对后者没有明确规定; ACI 规范对前者取为 0.003,对后者也没有明确规定。对后者取值将放在 3.3 节单独讨论。

需要指出的是, P-M 曲线还包括弯矩为负的部分,结合起来形成了一个 P-M 的包络图,表达了截面的极限承载力范围曲线;而考虑双向弯矩与轴力作用,就会形成一个 P-M-M 包络面,表达了截面的极限承载力范围曲面。从理论上讲,任何截面都是要考虑双向弯矩的作用,这是荷载作用的空间性和结构三维响应的空间性所决定的。为了理解直观,本文采用的是 P-M 相关线来进行相关话题的讨论。

虽然本文的目的是在探讨钢筋混凝土梁柱正截面承载力的问题,对于钢管混凝土构件,只需采用约束混凝土的本构模型(如 Mander 模型),也可进行计算;特别是动力弹性时程分析,采用相应的混凝土和钢筋的本构模型,即可进行应力应变校核分析。在所有这些模型中,最重要的参数就是混凝土和钢筋的破坏准则。

2 对 P-M 相关曲线形状的讨论

构件的轴力-弯矩关系 P-M 曲线是构件的破坏曲线,是对构件进行承载能力设计最核心的概念(当考虑双向弯矩作用,就成了 P-M-M 相关面),是构件正截面设计的基础,比如柱大小偏压、大小偏拉,梁的超筋、少筋、适筋等概念都可以从 P-M 曲线得到清晰的解释。

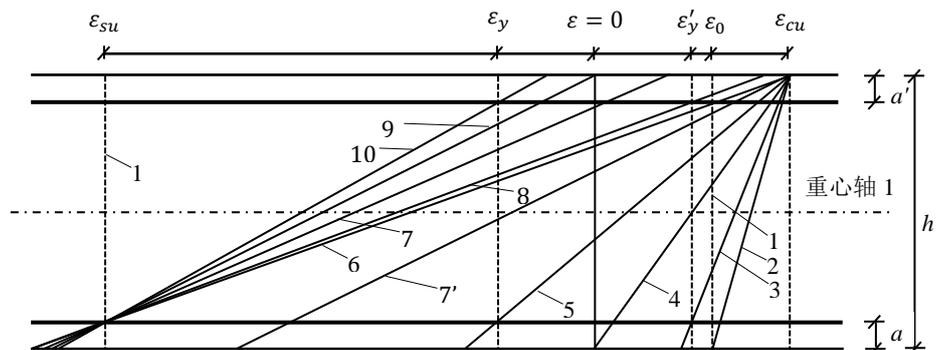


图 2 生成 P-M 曲线的截面极限状态应变控制线

2.0 假定和定义

N_c 、 N'_s 、 N_s 、 M_c 、 M'_s 、 M_s 分别是混凝土、上部钢筋 A'_s 、下部钢筋 A_s 产生的轴力和弯矩，那么截面的合成轴力 N 和合成弯矩 M 为：

$$N = N_c + N'_s + N_s \quad (1)$$

$$M = M_c + M'_s + M_s \quad (2)$$

注：所有弯矩都是对截面重心取矩，弯矩逆时针为正，力受压为正。

将P-M曲线的几个关键点命名为A（轴心受压点）、B（弯矩极值点，即大小偏压临界点）、C（轴力为零的纯弯）、D（轴心受拉）、A'（下部钢筋受压屈服点）、E（下表面混凝土应变为零）、F/F'（受拉钢筋应变达到 ε_{su} 的点）、G（上表面混凝土应变为零）。这些点都是控制P-M形状及具有力学特性的关键点，如图1所示（注：图1没有F'点，一个截面只有一个F点或F'点）。

在截面极限应变分布图上的几条关键应变线命名为1、2、3、4、5、7'、6、7、8、9、10、11号线，共12条应变线，这些极限应变线用来计算极限状态的混凝土、钢筋的应变和应力，以得到全截面的合力 N 和 M （极限状态的 N 、 M ），如图2所示。

1~6号线都是截面上表面混凝土达到受压极限应变 ε_{cu} ，读者可以证明在这期间上部钢筋 A'_s 的压应变都是大于 ε'_y 的；7~11号线都是下部钢筋达到受拉极限应变 ε_{su} 。

这些点都是生成P-M曲线的关键点，与曲线上的关键点有着对应关系：当截面应变从1~11依次改变时，P-M曲线从轴心受压（A点）、极小偏心受压（AE段）、小偏心受压（EB段）、大小偏压临界点（B点）、大偏心受压（BF段/BF'段）、纯弯点（C点）、大偏心受拉（FG段/F'G段）、小偏心受拉（GD段）、轴心受拉（D点）等状态过程。

为了讨论直观简单，假定：混凝土 $f_{cu,k} \leq 50$ （ $\varepsilon_0 = 0.002$ 、 $\varepsilon_{cu} = 0.0033$ ），采用HRB500牌号之下的钢筋，即 $\varepsilon_y = \varepsilon'_y \leq 0.0018 < \varepsilon_0$ ；截面为 $A = b \times h$ ，对称配筋单排（ $A_s = A'_s$ ， $a = a'$ ），重心1轴处于截面二分之一高度处，参见图2。 A_s 到1轴的距离为 $(h/2 - a)$ ， A'_s 到1轴的距离为 $(h/2 - a')$ ， $h_0 = h - a$ 。这是工程上最常用的截面及配筋形式。

2.1 A点到E点

这是“极小偏压破坏状态”：上部混凝土受压破坏；下部混凝土处于受压状态；上部钢筋受压屈服；下部钢筋从受压屈服状态（当处于2号线和3号线之间时）过渡到受压非屈服状态（当处于3号线和4号线之间时；在4号线附近可以出现较小的

拉应变）。可以将A'E段视为“极小偏压”，之所以这样划分，是针对E点到B点的“小偏压”而言。

1) 1号线和2号线

1号线为全截面受压应变为混凝土压应变指标 ε_0 ，此时钢筋一般已达到受压屈服强度。

2号线为上表面混凝土压应变为 ε_{cu} ，下表面混凝土压应变为 ε_0 ，由于 $\varepsilon_0 > \varepsilon'_y$ ，显然 A_s 的应变大于 ε'_y ，而且上部钢筋 A'_s 的应变大于 ε'_y （对10规范，只有500牌号的钢筋 $\varepsilon_y = 0.00218$ ， $\varepsilon'_y = 0.00205$ ）。

所以这两个极限状态的内力一般是一样的，对应于A点： $N'_s = N_s = f'_y A'_s$ ， $N_c = f_c A_c$ ， N_c 作用点位于1轴处，故 $M = 0$ 。A点的承载力矢量为 $(0, N_{0+})$ ：

$$N_{0+} = bhf_c + (A'_s + A_s)f'_y \quad (3)$$

2) 3号线

3号线为 A_s 的压应变减小为 ε'_y ，对应于A'点，可以视其为“极小偏压”的起始点。相对于A点， N_c 会减小， N_c 作用点会高于1轴， N'_s 、 N_s 不变，故 N 减小， $M > 0$ 。

3) 4号线

4号线对应于E点，下表面混凝土应变为零。 N_c 会继续减小， N_c 作用点会继续上移（导致 M_c 的变化不显著）， N'_s 不变，但 N_s 和 M_s 显著减小，故 N 继续减小， M 继续增大（由于 M_s 减小，但 M_s 与 M_c 和 M'_s 是反号的）。

注：从A'点到E点，由于此时混凝土全截面受压，虽然上表面处于 ε_{cu} ，但下表面的应变在 $(0, \varepsilon_0)$ 之间变化，这是不能直接用混凝土压力等效块（这个等效的前提是：截面某个范围的应变从0到 ε_{cu} 线性变化）来确定混凝土应力，但也可以参照这个概念来写出从0到 $\varepsilon_c < \varepsilon_0$ 的等效矩形，但整体 N_c 和 M_c 的表达式很复杂，导致 N 、 M 表达式也很复杂，这里不给出，本文在后面进行讨论。由于此段几乎为直线，可以取A'、E两点作为控制点的直线段。

从破坏形态来讲，A'E段属于极小偏压破坏，E点为极小偏心和偏心小偏心的分界点。

2.2 E点到B点

这是“小偏压破坏状态”：上部混凝土受压破坏；下部混凝土出现拉应变区，退出工作，中和轴上移；上部钢筋受压屈服；下部钢筋处于受拉非屈服状态（在B点处，达到受拉屈服）。

过了4号线，混凝土出现受拉区。各国的钢筋混凝土设计理论都假定混凝土受拉退出工作，在受压混凝土边缘达到 ε_{cu} 的前提下，对矩形正截面（注意这个前提）采用规范的等效矩形应力图概念，得到 α_1 和 β_1 ，这两个系数只与混凝土应力应变关系曲线和 ε_0 与 ε_{cu} 的比值有关。我国10规范^[1]的取值范围是 $0.94 \leq \alpha_1 \leq 1.0$ 及 $0.74 \leq \beta_1 \leq 0.80$ ；美国

ACI318^[3]的取值范围是 $\alpha_1 = 0.85$ 及 $0.65 \leq \beta_1 \leq 0.85$ ；欧洲 EC2^[2]的取值范围是 $0.80 \leq \alpha_1 \leq 1.0$ 及 $0.70 \leq \beta_1 \leq 0.80$ （EC2的 η 和 λ ）。

此时可以写出式(1)和(2)为：

$$N = \alpha_1 \beta_1 b x_n f_c + f_y' A_s' - E_s \varepsilon_{cu} A_s \frac{h_0 - x_n}{x_n} \quad (4)$$

$$M = \alpha_1 \beta_1 b x_n f_c \left(\frac{h - \beta_1 x_n}{2} \right) + f_y' A_s' \left(\frac{h}{2} - a' \right) + E_s \varepsilon_{cu} A_s \frac{h_0 - x_n}{x_n} \left(\frac{h}{2} - a \right) \quad (5)$$

其中 x_n 为混凝土实际受压区高度（即中和轴高度），而 $x = \beta_1 x_n$ ）。

从式(4)可以得到，随 x_n 的减小， N 减小。

对式(5)求导：

$$\frac{\partial M}{\partial x_n} = \alpha_1 \beta_1 b f_c \left(\frac{h - 2\beta_1 x_n}{2} \right) - E_s \varepsilon_{cu} A_s \frac{h_0}{x_n^2} \left(\frac{h}{2} - a \right) \quad (6)$$

式(6)是关于 x_n 的三次多项式，且与 A_s 有关。

可以得出式(6)小于零的条件为 $A_s > 0.0007bh$ ，这是满足最小配筋率（ $A_{s,min} = 0.002bh$ ）要求的。故随 x_n 的减小， M 增大。

我们考察 E 点（ $x_n = h$ ）和 B 点（ B 点的定义为下部钢筋拉应变达到 ε_y ，见对5号线的描述）的情况。

(1) 在 E 点时，取 $h/h_0 = 1.1$ 及 $\varepsilon_y' = 0.0018$ ，式(4)和(5)可以化简为：

$$N_e = \alpha_1 \beta_1 b h f_c + f_y' A_s' + E_s \varepsilon_{cu} A_s \frac{h - h_0}{h} \approx \alpha_1 \beta_1 b h f_c + 1.17 f_y' A_s' \approx 0.8 b h f_c + 1.17 A_s' f_y' \quad (7)$$

$$M_e = \alpha_1 \beta_1 b h^2 f_c \left(\frac{1 - \beta_1}{2} \right) + f_y' A_s' \left(\frac{h}{2} - a' \right) - E_s \varepsilon_{cu} A_s a \left(\frac{1}{2} - \frac{a}{h} \right) \approx \alpha_1 \beta_1 b h^2 f_c \left(\frac{1 - \beta_1}{2} \right) + 0.34 f_y' A_s' h \approx 0.08 b h^2 f_c + 0.34 h A_s' f_y' \quad (8)$$

(2) 在 B 点时（ $x_n = \varepsilon_{cu} h_0 / (\varepsilon_{cu} + \varepsilon_y)$ ），取 $h/h_0 = 1.1$ 、 $\varepsilon_y = 0.0018$ 及 $\beta_1 = 0.8$ ，式(4)和(5)可以表达为界限承载力矢量 (M_b, N_b) ：

$$N_b = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_y} \alpha_1 \beta_1 b h_0 f_c \approx 0.588 \alpha_1 \beta_1 b h f_c \approx 0.47 b h f_c \quad (9)$$

$$M_b = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_y} \alpha_1 \beta_1 b h_0 f_c \left(\frac{h - \beta_1 h_0 \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_y}}{2} \right) + f_y' A_s' \left(\frac{h}{2} - a' \right) + f_y A_s \left(\frac{h}{2} - a \right) \approx 0.156 \alpha_1 \beta_1 b h^2 f_c + f_y A_s (h - 2a) \approx 0.125 b h^2 f_c + 0.82 h A_s f_y \quad (10)$$

显然： $N_b < N_e$ ， $M_b > M_e$ 。

此时的界限偏心距：

$$e_{ob} = \frac{M}{N} \approx 0.266 \left(1 + 6.42 \frac{A_s f_y}{b h f_c} \right) h = 0.266 \left(1 + 3.21 \rho \frac{f_y}{f_c} \right) h = 0.266 (1 + 3.21 \xi) h \quad (11)$$

上式中， $\xi = (A_s + A_s') f_y / b h f_c$ ，称为含钢特征值； $\rho = (A_s + A_s') / b h$ ，即纵筋配筋率。所以界限偏心距 e_{ob} 是与 ξ 和 h 都相关的一个参数（注意式(11)是针对矩形单排对称配筋得出的公式）。而教材[8]给出 89 规范的界限偏心距“大体为 $0.3h_0$ ”，但含钢特征值 ξ 被忽略掉了，失去了重要的物理意义。如图3所示不同含钢特征值的P-M曲线族，含钢特征值分别为0.1和1.0（对应的配筋率大约为0.5%和5%）的界限偏心距 e_{ob} 分别是 $0.35h$ 和 $1.12h$ 。

此时截面界限弯曲曲率， $\phi_{ub} = (\varepsilon_{cu} + \varepsilon_y) / h_0$ 。

从上两式可以得到，在矩形截面对称配筋的前提下：柱子的界限轴力 N_b 只与混凝土强度有关，而与配筋量无关；柱子的界限弯矩 M_b 包含了混凝土和钢筋两部分的贡献，而且上下部钢筋都能达到屈服强度。

可以写出 EB 段的P-M方程（采用规范6.2.17条4款相同的假定）：

$$M = -\frac{b f_c N^2}{2 Z_1^2} + \left(\frac{b f_c Z_2}{Z_1^2} + \frac{b h_0 f_c}{Z_1} + a - \frac{h}{2} \right) N - \frac{Z_2^2}{2 Z_1^2} b f_c - \frac{Z_2}{Z_1} b h_0 f_c + A_s (h_0 - a) f_y \quad (12)$$

这是一段曲率较小的二次函数。其中的常数项：

$$Z_1 = b f_c - \frac{A_s f_y}{h_0 (\xi_b - \beta_1)}, \quad Z_2 = \frac{\xi_b}{\xi_b - \beta_1} A_s f_y。$$

同样可以得到 $\frac{\partial M}{\partial N} < 0$ ，及 E 点和 B 点的承载力

矢量。

4) 5号线

5号线为下部钢筋 A_s 达到受拉屈服，即拉应变为 ε_y 。

这对应于 B 点，这是大小偏压的临界点，其承载力矢量 (M_b, N_b) 为式(9)和式(10)。

2.3 B点到F/F'点

这是“大偏压破坏状态”：上部混凝土受压破坏；下部混凝土受拉应变区扩大，中和轴继续上移；上部钢筋受压屈服；下部钢筋受拉屈服，并逐步逼近受拉极限状态（在 F/F' 点，下部钢筋同时受拉破坏）。

通过 B 点后， $\frac{\partial M}{\partial N} > 0$ ， M 将随 N 的减小而减小。

将轴力为零的点定义为 C 点，这是一个纯弯状态，

C点的矢量为 $(M_0, 0)$ 。先考虑6号线，再讨论7号线和7'号线。

5) 6号线

6号线为下部钢筋 A_s 达到极限受拉应变，即拉应变为 ε_{su} 。6号线是大偏压破坏与大偏拉破坏的临界线，越过此线，破坏形态由大偏压转为大偏拉。此时的内力状态为：

$$N_f = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{su}} \alpha_1 \beta_1 b h_0 f_c + f_y' A_s' - f_y A_s \approx 0.225 \alpha_1 \beta_1 b h f_c \approx 0.18 b h f_c \quad (13)$$

$$M_f = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{su}} \alpha_1 \beta_1 b h_0 f_c \left(\frac{h - \beta_1 h_0 \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{su}}}{2} + f_y' A_s' \left(\frac{h}{2} - a' \right) + f_y A_s \left(\frac{h}{2} - a \right) \right) \approx 0.092 \alpha_1 \beta_1 b h^2 f_c + f_y A_s (h - 2a) \approx 0.074 b h^2 f_c + 0.82 h A_s f_y \quad (14)$$

显然， $N > 0$ ，所以对于对称配筋的截面来说，C点一定位于6号线之后。

假定 $a = a'$ 。当 $A_s > A_s'$ 时，才有可能C点位于6号线之前，定义7'号线对应于C点，6号线对应于F'点；当 $A_s \leq A_s'$ 时，C点位于6号线之后，此时定义7号线对应于C点，6号线对应于F点。对某一个截面而言，只能出现一个F点，或者一个F'点，取决于C点出现的位置（即配筋量的关系）。

F点的承载力矢量由式(13)和式(14)给出（这两个式子中不使用 $A_s' = A_s$ ，就可得出F'点的承载力矢量）。

BF/BF'段的方程可以容易地写出：

$$M = -\frac{N^2}{2bf_c} + \frac{Nh}{2} + A_s(h_0 - a)f_y \quad (15)$$

这是一段曲率较大的二次函数。

由上式也可得到 $\frac{\partial M}{\partial N} > 0$ ，及F点的承载力矢量。

此时截面弯曲曲率为最大， $\phi_{uf} = \phi_{u,max} = (\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{su})/h_0$ 。显然 $\phi_{uf} > \phi_{ub}$ ，前者是后者的2.6倍左右。（89规范采用 ζ_1 的论述[8]“试验表明，在大偏心受压时，实测极限曲率与 ϕ_b （即界限曲率）差不多，……，对大偏心受压情况，取 $\zeta_1 = 1$ ”，这显然是不严谨的。）

6) 7号线

当C点（对应于7号线）出现在6号线（对应于F点）之后时，7号线可能位于6号线和8号线之间，也可能位于8号线和9号线之间。这两种情况的混凝土应力不能直接利用等效矩形（因为最大应力都小于 ε_{cu} ），而且 A_s' 的应变既有可能大于 ε_y' （当位于6号线和8号线之间），也可能小于 ε_y' （当

位于8号线和9号线之间），导致C点的承载力矢量表达式既要分段，且表达式较复杂，本文不再给出。

这就是一般对称配筋柱的纯弯点（参见图1的C点）。

此时C点处于大偏拉FG段之间，这时的大偏拉包含了一段轴力N为正的FC段。

7) 7'号线

当C点（对应于7'号线）出现在6号线（对应于F'点）之前时，可以由下式（注意：式中 $A_s > A_s'$ ， $M_0 > 0$ ）求出C点的承载力矢量 $(M_0, 0)$ ：

$$M_0 = (A_s f_y - f_y' A_s') \left(\frac{h_0}{2} - \frac{A_s f_y - f_y' A_s'}{2 \alpha_1 b f_c} \right) + f_y' A_s' \left(\frac{h}{2} - a' \right) + f_y A_s \left(\frac{h}{2} - a \right) \quad (16)$$

这就是一般梁的承载力表达式。

此时C点处于大偏压BF'段之间，这时的大偏压包含了一段轴力N为负的CF'段。

2.4 F/F'点到G点

注意：构件进入“偏拉”状态时，混凝土应变是小于 ε_{cu} 的，不能采用规范等效矩形应力图（ α_1 和 β_1 ）来计算混凝土的压力。

这是“大偏拉破坏状态”：混凝土上表面应变小于 ε_{cu} ，直至全部退出工作（9号线）；中和轴继续上移；上部钢筋从处于受压屈服状态（当处于6号线和8号线之间时）过渡到受压非屈服状态（当处于8号线和9号线之间时；在9号线附近可以出现较小的拉应变）；下部钢筋受拉破坏。

8) 8号线

对应 A_s' 的压应变为 ε_y' 。

FG/F'G段间，由于此时上表面混凝土的应变已经小于 ε_{cu} ，如同在AE段一样，写出混凝土 N_c 的公式较为复杂，本文从略（可以将此段简化为直线段，由F/F'点和G点控制）。

9) 9号线

对应于上表面混凝土的应变为零，即混凝土全截面无压力区，对应于G点，这是大小偏拉的临界点。但与大小偏压临界点不同的是，大小偏拉的临界点并不存在弯矩的极值，这个点仅以混凝土全部退出工作为标志。

G点的承载力矢量为：

$$N_g = -A_s' E_s \varepsilon_{su} \left(\frac{a'}{h_0} \right) - A_s f_y \approx -0.6 A_s' f_y - A_s f_y = -1.6 A_s f_y \quad (17)$$

$$M_g = A_s f_y \left(\frac{h}{2} - a \right) - A_s' E_s \varepsilon_{su} \left(\frac{a'}{h_0} \right) \left(\frac{h}{2} - a' \right) \approx 0.45 h_0 A_s f_y - 0.25 h_0 A_s' f_y \approx 0.18 h A_s f_y \quad (18)$$

2.5 G点到D点

这是“小偏拉破坏状态”：混凝土全截面退出工作；上部钢筋逐近从弹性受拉达到受拉屈服，直至受拉破坏；下部钢筋受拉破坏。

10) 10号线和11号线

10号线对应 A_s' 的拉应变为 ε_y ，11号线对应于 A_s' 的拉应变为 ε_{su} 。11号线与10号线都对应于D点，为轴心受拉破坏，D点承载力矢量 $(0, N_{0-})$ 为：

$$N_{0-} = -A_s f_y - A_s' f_y = -2A_s f_y \quad (19)$$

显然，GD段只有 N_s' 变化， N_s 不变，容易写出此段的方程（直线）：

$$M = 0.45hN + 0.9hA_s f_y \quad (20)$$

2.6 小结

综上所述，通过P-M曲线可以清楚地看出构件各阶段的破坏形态，也可以得出各阶段正截面的承载能力（M与N的关系）。为了更清楚理解各阶段的破坏形态，将上面所述归纳为表1（用黑体字标示破坏形态），并对P-M的特性展开相应的讨论。注意：以下讨论除了图3采用了对称配筋之外，其余都是针对一般情况；而且只讨论M为正的情形（M为负是另一条位于左半区P-M曲线，对称配筋这两根曲线为左右对称，不对称配筋曲线形状也相似）。

(1) P-M曲线是截面破坏时最终承载力状态的连线，它并不是构件加载过程曲线。可以这样理解P-M曲线上每一点的含义：曲线上的每一点都是某种特定加载方式得到破坏时的极限状态的内力矢量值。比如以固定偏心距 e_0 逐步增大轴力，就会从原点以斜率 $k = 1/e_0$ 的加载直线，与P-M曲线相交得到曲线上 $M/N = e_0$ 的破坏点；再比如，以固定轴力，逐步增大偏心距的加载方式，就会从固定轴

力 N_0 水平直线加载到与P-M曲线的交点。因此P-M曲线是截面破坏状态的连线，并不关注加载过程。

(2) P-M是连续的。考虑实际应变得到 σ_c 、 σ_s' 、 σ_s ，通过全过程（从A点到D点）分析，可以得到完整的P-M曲线。但其导数 $\partial M/\partial N$ 可能不连续，因为在每个关键点（即每条应变线）处， N_c 或 N_s' 或 N_s 存在突变。

(3) 按照混凝土和钢筋的破坏形态，可以清楚地将P-M曲线分为五段（A与A'几乎重合，不再讨论。参看图1）：A'E段为“极小偏压”（曲线范围较大）、EB段为“小偏压”（曲线范围较大，但曲率小）、BF/BF'段为“大偏压”（曲线范围较小，但曲率大）、FG/F'G段为“大偏拉”（曲线范围大）、GD段为“小偏拉”（曲线范围小）。由前面叙述可清楚地看出这些分段都有其力学含义。纯弯C点，可能出现在“大偏拉”区间，也可能出现在“大偏压”区间，这与配筋量有关。

(4) 从破坏形态来看，“拉”与“压”的区分并非用轴力的符号来判断。表1中清楚地看到，“压坏”是指混凝土达到受压破坏，“拉坏”是指钢筋受拉破坏（主要是下部钢筋，只有在轴心受拉点D处上部钢筋受拉破坏）。如前所述，应当以极限状态6号线作为“大偏压”和“大偏拉”的分界线：当C点处于大偏压BF'区段时，表明了尽管CF'段的轴力为拉，也依然是上部混凝土压坏导致的破坏形态；当C点处于大偏拉FG区段时，表明了尽管FC段的轴力为压，也依然是下部钢筋拉坏导致的破坏形态。

P-M曲线各段破坏形态

表 1

	截面破坏形式	混凝土和钢筋的状态			P-M函数关系	注释
		混凝土	上部钢筋	下部钢筋		
A'E段	极小偏压	上部压坏	受压屈服	弹性受压	近似为直线段	混凝土全截面受压
EB段	小偏压	上部压坏	受压屈服	受压转变为受拉，达到受拉屈服	曲率较小的二次曲线段	下部混凝土出现拉应变，中和轴上移；B点为大小偏压的临界点
BF/BF'段	大偏压	上部压坏	受压屈服	逐渐达到受拉破坏	曲率较大的二次曲线段	混凝土中和轴继续上移；纯弯C点可能出现在此区段内
FG/GF'段	大偏拉	上表面应变小于 ε_{cu} ，逐步全部退出工作	逐渐转为弹性受压、弹性受拉，达到受拉屈服	受拉破坏	近似为直线段	混凝土中和轴继续上移，会全部退出工作；纯弯C点可能出现在此区段内
GD段	小偏拉	退出工作	逐渐达到受拉破坏	受拉破坏	直线段	

通常，教科书^{[8][5]}都将大偏心受压归为受拉破坏，实质上是把钢筋进入屈服就认为钢筋破坏，这是不正确的。从上述分析可以清楚地看到，在5号线和6号线之间的大偏心受压，都是混凝土达到 ϵ_{cu} 的压坏，只有超过6号线（已经进入大偏拉了）才是钢筋达到 ϵ_{su} 的拉坏；只有进入了大偏拉之后，才是钢筋拉坏而混凝土低于 ϵ_{cu} 。原因是以往的钢筋混凝土设计理论都没有对“拉”与“压”的这根临界6号线进行分析，国外规范亦如此。对这部分的专业分析请参见文献[10]。

而且，教科书通常都将BC段作为大偏压段。如上所述，这也是不正确的，只有在C点与F/F'重合时，即6号线为轴力为零时，才属于这种极特殊的情况（可以推导出这种情况下的配筋量 A_s' 和 A_s 之关系）；另外，教科书和规范都把合力位置是否处于 A_s' 与 A_s 之间，作为大小偏拉的判定，这其实也是不严谨的。

结合图1、图2和表1，可以清晰划分各个阶段的破坏形态。

(5) P-M 曲线完全是截面的本质属性，与外部作用荷载无关，也就是说，任何一个截面，其P-M 承载能力是截面所决定的，任何截面都可以产生上述五种破坏形态，这取决于荷载效应的 M/N ，即 e_0 （如果不考虑附加偏心距的话）。由此可看出，完全可以通过 e_0 来对确定上述五种破坏形态的划分，这样就能正确理解内因（P-M 曲线）与外因（荷载效应）的相互关系。

(6) 同一种截面形式的不同配筋量的 P-M 曲线都具有相似性，都存在上述关键点（A、B、C、D、E、F/F'点），只有C点出现的顺序（在BF外或BF'间）与配筋量 A_s' 和 A_s 有关。我国规范C50及以下混凝土，不同配筋率的P-M 曲线族如图3所示（本图数据由CiSDesigner 软件[7]计算生成，为了更清晰，只绘出了 $N \geq 0$ 的部分，并对坐标轴进行了归一化处理），这对工程师理解截面的承载能力很有帮助（部分学完钢筋混凝土设计课程的学生，从素混凝土梁不能承受弯矩的概念出发，会“认为”素混凝土柱不能承受弯矩。恰恰相反，素混凝土柱具有相当的压弯承载力）。

(7) 由P-M 的形状可以得出：设计控制弯矩增大一定加大截面配筋量，而设计控制轴力增大却不一定加大截面配筋量（要区分大小偏心的情况）。所以从承载力表达式来说，对于轴力N 的表达式不应当写为小于等于截面承载力的形式，虽然在配筋设计时，工程师都是取等号来执行，但不区分大小偏心的情况一律用小于符号，概念上是不对的，应当采用矢量 (M, N) 形式来表达效应S 与抗力R

的关系。

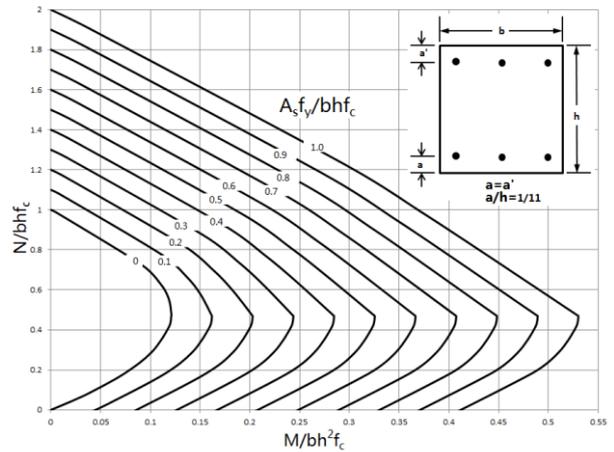


图3 相同截面不同配筋率的P-M 曲线族

(8) 截面设计的过程，就是对每个设计荷载组合后的矢量点 (M, N) 求出一种配筋形式的 P-M 曲线，然后取最外面的（即包络的）P-M 作为设计截面。所以必须对每个矢量点 (M, N) 来进行截面设计或承载力校核，没有一般性的选择方法。而大多数教科书（如[8]）讲述的，对柱如何选取设计内力值的原则方法（取 M_{max} 及相应的 N ；取 N_{max} 及相应的 M ；取 N_{min} 及相应的 M ），是存在缺陷的，因为完全有可能出现比这三个控制点更不利的内力矢量。

(9) 对于在设计中使用振型分解反应谱方法得到地震响应（包括我国在内的大多数国家均使用此设计方法），在与其他荷载工况进行组合的时候，还要特别留意当反应谱工况参与荷载组合时，对P-M 相关性问题的处理。

根据反应谱理论，1) 所有得到的响应量都是正值；2) 也就是说不同的响应量已经湮灭了其正负号关系，不同的响应量不存在物理关联性（例如，得到反应谱的内力值一般是不满足静力平衡关系的，比如梁柱节点的弯矩）。对前者大家比较好理解，因为响应量不论是SRSS 组合还是CQC 组合，都是开根号得出的正值；大家通常忘记了后者，其实反应谱法得到的结构响应是“响应量峰值的期望值”，更多理论叙述可以参见任何一本涉及到反应谱理论的结构动力学经典著作（如Clough & Penzien、Chopra、Wilson 等人），也可参看文献[9]）。这也就是“反应谱工况的层间位移率计算不是反应谱工况下各层位移得出的层间位移率，而应该是先求出各振型的层间位移率，再通过SRSS/CQC 组合后得到”的原因。

基于反应谱理论，当有反应谱参与荷载组合时，必须考虑M 与N 的相关性。作为保守的一种考虑荷载组合的方式为：将反应谱得到的矢量 (M_{RS}, N_{RS}) 与其他静力工况矢量 (M_S, N_S) 进行组合时，采用

$(M_S + M_{RS}, N_S + N_{RS})$ 、 $(M_S + M_{RS}, N_S - N_{RS})$ 、 $(M_S - M_{RS}, N_S + N_{RS})$ 、 $(M_S - M_{RS}, N_S - N_{RS})$ 这四种组合（如果考虑 P-M-M 相关面，则是八种组合）。CSI 设计程序（SAP2000/ETABS/SAFE/CSiBridge）都是这样处理的，而国内多数设计程序将反应谱工况当作静力工况处理（当作正负方向的“地震力”），只考虑 $(M_S + M_{RS}, N_S + N_{RS})$ 、 $(M_S - M_{RS}, N_S - N_{RS})$ 两种组合，这在大偏压起控制作用的时候是不安全的。

举例说明：

假定考虑组合系数后反应谱的内力矢量为(5,3)，考虑组合系数之后其他静合内力矢量为(9,7)。CSI 设计软件可以考虑的设计组合：(14,10)、(4,10)、(14,4)、(4,4)；多数软件只考虑设计组合：(14,10)、(4,4)。可以看出，当大偏压时，漏掉的矢量(14,4)会导致设计不安全。

某些规范允许工程师采用时程分析结果进行弹性配筋设计，这时要注意不能使用时程响应最大时刻（如顶点位移最大，这是弹塑性分析常采用的参照时刻）来进行截面设计，也不能用 M 、 N 的时程包络来设计，必须对每个时刻考察矢量 (M, N) 。

3 对我国规范的相关讨论

从 2 节中可以直观清晰地看到正截面的 P-M 曲线是钢筋混凝土压弯构件设计的基石。梁的正截面承载能力用弯矩曲率 $(M - \varphi)$ 曲线来进行全过程的评估（极限弯矩和截面延性）：当梁作为受弯构件设计时， $N = N_0 = 0$ ；当轴力较为显著时，梁可作为压弯构件来设计， $N = N_0 \neq 0$ 。无论哪种梁模型，都可以在 P-M 线上对应最终的破坏点（如纯弯的 C 点）。本文暂时不涉及剪力墙构件。

我国混凝土结构设计规范，从 89、02 发展到现行的 10 规范版本。站在 P-M 曲线的角度，可以全面梳理一下规范的相关规定，既能从钢筋混凝土基本原理来厘清规范条文背后的理论基础，也可以发现规范的某些值得商榷的地方。为了方便，以下讨论均针对矩形截面，其他类型截面的概念相同。

3.1 受弯构件承载力

对受弯构件（梁）承载力的详细讨论，请参见文献[10]，本文不再赘述。这里只给出两点结论：1）钢筋最大拉应变的定义与梁承载力极限状态下的最小配筋率是有物理关联性的；2）按照 ξ_b 进行配筋控制的梁，缺乏足够的延性。

3.2 压弯构件承载力

10 规范对压弯构件承载力的规定主要涉及到 6.2.15~6.2.17 三条。

3.2.1 轴压承载力

6.2.15 和 6.2.16 两条是对轴压构件的限制，可以理解为轴压对截面承载能力的折减。

在 89 规范对附加偏心距的规定中（ $e_a = 0.12(0.3h_0 - e_0)$ ），包含的基本逻辑是：“计算表明，当 $e_0 = 0$ ，取 $e_a = 0.036h_0 = h/30$ 时，按偏心受压计算的截面承载力与按轴心受压计算所得承载力大体相同”（见教材[8]）。但从 02 规范开始，附加偏心的规定改为 $e_a = \max(20, h/30)$ 。

而美国 ACI 采用最小偏心距 $e_{i,min} = (15.2 + 0.03h)$ 的概念，就是要保证极小偏心情况下的抗弯能力，以防止脆性破坏，因此可以理解为当 $e_0 = 0$ 时，取 $e_{i,min}$ 得到的偏压承载力与轴压承载力相同，这个概念与 89 规范是一致的。图 4 是由 ETABS 生成的 ACI 规范的一条典型 P-M 曲线（双向配筋），可以看到 ACI 规范的 P-M 曲线在顶部是水平的。对我国 89/02/10 规范和美国 ACI、欧洲 EC2 对附加偏心规定的详细探讨，可以参见文献[11]。

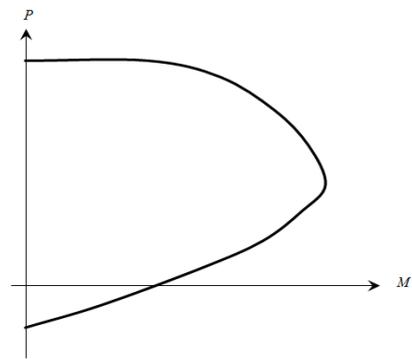


图 4 ACI 规范典型柱的 P-M 曲线形状

3.2.2 压弯承载力

规范对压弯承载力计算的规定，基本上符合 P-M 曲线及相应的应变线。本文之所以要将小偏心再划分为一种“极小偏心”的情况，是因为在 3 号线与 4 号线之间混凝土等效压区高度已经大于 h_0 ，不可以直接采用 α_1, β_1 来进行计算。规范对对称配筋的矩形截面，采用式(6.2.17-7)计算配筋量，特别需要指出的是，式中的 ξ 并非是采用 α_1, β_1 得到的等效相对压区高度，为了概念清楚，建议规范将式(6.2.17-8)的定义改为“名义等效相对压区高度 ξ' ”，这个值只是对称矩形小偏压配筋简化计算过程中用到的一个参数而已（在钢筋混凝土设计原理中，矩形正截面的等效相对压区高度 ξ 是有其特定含义和前提的，前提就是混凝土压应变到达 ϵ_{cu} ，可以采用 $\alpha_1 f_c, \beta_1 x_n$ 得到等效矩形应力图，这时才有 $\xi = \beta_1 x_n / h_0$ 的概念）。

可以讨论下述两个问题：

(1) 是否需要划分“极小偏压”。

10 规范的式(6.2.17-7)，采用了与 02 规范相同的近似： $\xi(1 - \frac{\xi}{2}) \frac{\xi_b - \xi}{\xi_b - \beta_1} \approx 0.43 \frac{\xi_b - \xi}{\xi_b - \beta_1}$ ，使其将偏心受

压基本公式出现 ξ 的三次方程降为一次方程。89 规范取的系数为 0.45, 教材[8]中分析这样的简化, 对 ξ 的最大误差不超过 3.5%。

采用 2 节的概念, 可以容易地分析出 $\xi(1 - \frac{\xi}{2})$ 与简化系数之间的相对误差: 采用 89 和 02/10 规范的简化, 对 4 号线对应的 E 点, 误差为 6% 和 10%; $\xi = 1.6 - \xi_b$ 时 (可认为此时对应 A' 点), 误差大约为 10% 和 14%。这就是本文划分出“极小偏压”的缘故, 在这一段应该重新考虑承载力的公式以减小误差, 见 2.1 节所述。而且还可以看到 02/10 规范将系数 0.45 改为 0.43, 反而是加大了误差。

(2) 10 规范 6.2.17 条第 3 款之规定。

这款规定的本意就是, 对更小的偏压 ($N > f_c b h$), 对于非对称配筋, 还要考虑负弯矩对 A_s' 取矩来进行验算, 且附加偏心距取为 $-e_a$ 。

表面上看起来, 这条规定没有什么问题。但给工程师造成了两种直观印象: 第一, 对称配筋不用考虑对附加偏心距取负值; 第二, 附加偏心距既然是几何缺陷, 当然就可以取正取负, 取决于对构件承载力所造成的影响是否安全, 而规范就只给出了这么一种情况下使用负值。所以就有工程师在 10 规范考虑构件 $P - \delta$ 效应的 6.2.4 条式(6.2.4-3)中认为附加偏心距在那里也可以取负值, 因为对构件设计更不利(对构件考虑 $P - \delta$ 效应和附加偏心距的分析, 请参见文献[11]从我国历代规范的演变和对照 ACI 与 EC2 的详细讨论)。

不需要在承载力设计中考虑负的附加偏心距。2.6 节对 P-M 曲线给出的第 (7) 条结论已申明了: 考虑附加偏心距加大设计弯矩值, 就一定要加大配筋量 (提高承载力)。

其实, 如同第 2 节开始就指出的那样, P-M 曲线为一封闭的包络曲线, 包括了弯矩为负的那一半, 非对称配筋 P-M 曲线的两半是不对称的。按照 P-M 曲线来考虑构件的承载力, 自然会利用到弯矩为负的那一半曲线, 在这部分曲线中也是考虑了附加偏心距对弯矩绝对值的放大作用。6.2.17 第 3 款自然就含在对所有矢量点 (M, N) 的校核验算中, 而且对于所有形式的截面, 设计都应该考虑所有的矢量点 (M, N), 如同 2.6 节第 (8)、(9) 两条的结论。

规范这样写, 会给工程师造成错觉。而且对于考虑弯矩为负的情况, 附加偏心距都应该为负, 可小偏拉的式(6.2.23-1)等式子, 又没有了附加偏心距的考虑, 这就造成了逻辑不连续, 又会造成机械地应用附加偏心距的正负取值问题。

3.2 拉弯构件承载力

首先要指出的是, 按照 2 节对 P-M 曲线破坏形

态的分类, 拉压的区分并不是由轴力 N 的正负号决定的, 而是 6 号线 (大偏压和大偏拉的临界线) 来划定, 这是有明显的物理含义的量度, 所以本文划定的偏拉和大小偏拉与规范的划分是不完全一样的。规范的划分是不严格的, 某些情况下会漏掉拉压之间的部分状态, 承载力公式也存在一定的漏洞。

10 规范对拉弯构件承载力的规定主要涉及到 6.2.22 和 6.2.23 两条。

1) 小偏心受拉

从规范对的承载力计算公式可以看出, 对小偏心受拉是不考虑受压混凝土作用的, 也就是不存在混凝土受压区, 这就是 9 号线和 10 号线之间的应变状态。

规范用式(6.2.23-1)和式(6.2.23-2)来分别计算, 对于 P-M 曲线来讲是没有必要的: N 更靠近 A_s 的情况 (式(6.2.23-1)), 这时 M 已经为负, 其实这是另一侧的 P-M 承载力曲线控制的问题。见 1 节开头指出的 P-M 是一个封闭的包络图的概念, 自然要验算另一侧的 P-M 承载力。

2) 大偏心受拉

规范采用式(6.2.23-3)和式(6.2.23-4)来分别计算, 此时的表达式含有压区混凝土的作用, 对应本文应该就是 6 号线到 9 号线之间的极限应变分布。

首先, 考察上部受压混凝土是否达到 ϵ_{cu} 。显然, 在 6 号线至 9 线之间, 除了拉压临界线 6 号线之外, 其余部分混凝土均未达到 ϵ_{cu} , 此时是不能够采用等效矩形压区参数 (α_1, β_1) 来计算受压混凝土作用的! 越接近 9 号线, 这样的计算方法的错误越大。

对于对称配筋矩形截面, 规范规定, 不区分大小偏拉, 均可按式(6.2.23-2)来计算。这个规定很奇怪, P-M 曲线除了 C 点位置取决于上下钢筋量之外, 其余各点均与上下配筋的相对量无关, 规范采用此规定, 实质上就是对对称配筋来讲强制假定了受压混凝土的作用点位于 A_s' , 无论是上移还是下移都忽略不计。这个假定实在是太强了, 与式(6.2.23-3)和式(6.2.23-4)根本没有过渡的区间。其实大偏拉时的混凝土应力分布与极小偏压的情况相同, 可以采用 AE 段的方法来得到更合理的结果。

3.3 钢筋极限拉应变限值对柱承载力的影响

02/10 规范对钢筋极限拉应变的解释都为“对非均匀受拉构件, 混凝土的极限压应变达到 ϵ_{cu} 或者受拉钢筋的极限拉应变达到 0.01, 就标志着构件达到了承载力能力极限状态”。

这条规定 89 规范就有, 具有重大意义, 因为钢筋混凝土极限状态设计理论中, 必须包含这个限值, 从理论上讲才是完整的。而 ACI 和 EC2 迄今为止, 尚无专门规定。但我国规范的取值是非常值

得商榷的^[10]。

看起来这条规定是在处理偏拉构件，从前面对 P-M 的描述中也指出了 6 号线为“压”/“拉”临界线，对应的就是上部混凝土达到 ϵ_{cu} ，下部钢筋达到 ϵ_{su} ，作为梁也是对应这个状态（少筋破坏）。但依据规范对构件“拉”/“压”的区分，完全是按构件的轴力正负号来进行的，对于一般的柱来讲，有相当范围的 FC 段轴力为压，但破坏形态已然进入大偏拉破坏（钢筋拉坏，而混凝土没有压坏）。

进入大偏拉后，混凝土就一直处于非压坏状态，因此对受拉钢筋混凝土构件，均不会出现混凝土压坏的情况。

如果采用我国现行规范对梁最小配筋率规定进行推算， ϵ_{su} 大约为 0.055；ACI 规范的 ϵ_{su} 大约为 0.026，都大大超过我国规范规定的 0.01 限值^[10]。

对于柱的 P-M 承载能力来说，这个限值造成的影响不大。经过计算分析，采用不同的 ϵ_{su} 值（比如 0.02 或 0.05），对常规柱的承载力计算的差异极小，因为 P-M 在大偏压后已经十分接近为直线段，主要体现在“大偏压”/“大偏拉”临界点 F 的位置会产生较大偏移。

但作为一套完整的钢筋混凝土设计理论体系，对钢筋极限拉应变 ϵ_{su} 的取值应该统一。

4 结论和建议

(1) 本文利用截面的控制极限状态线，可快速地得到 P-M 曲线和 P-M-M 曲面，这是正截面破坏状态的承载力包络图，是构件设计的基石。采用本算法可以实现在实际工程中，对每个荷载组合，每根柱子的每个截面进行按实际应力应变关系进行高效的配筋设计，并且可提供不同的选筋方案供用户选用^[7]。

(2) 通过对 P-M 曲线的分析，可以清晰地划分截面各个破坏形态及相应的混凝土和钢筋的应变情况，特别是对重新梳理“大偏压”和“大偏拉”的概念有重要意义。

(3) 通过对 P-M 曲线的分析，可以发现规范在各阶段的承载力设计表达式存在的不足之处。

附注：本文在完稿之前偶然发现 10 规范 2009 年 7 月的征求意见稿，在此征求意见稿中，将全截面应力应变关系作为正截面承载能力依据（即 P-M 曲线）作为规范正文，而所有现行规范相关设计简化条文作为附录给出。想必是征求意见过程中，广大工程设计人员对采用应力应变关系但并没有给出实用的设计公式而引发了强烈反应，10 规范的最终稿还是将之放入附录中。可见从采用理论的一般性方法，到形成实用的工程设计方法，还有较长的路要走。期望学术界和工程界能够早日找到既全面符合钢筋混凝土基本原理，又便于设计实践的表达方法，本文可作为其中的一种探索。

参 考 文 献

- [1] GB 50010-2010 混凝土结构设计规范[S]. 北京：中国建筑工业出版社，2010.
- [2] EC2, Eurocode 2: Design of Concrete Structures – Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings (EN 1992-1-1) [S]. European Committee for Standardization, 2004.
- [3] ACI, Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-11) and Commentary [S]. America Concrete Institute, 2011.
- [4] 江见鲸, 李杰, 金伟良主编. 高等混凝土结构理论[M]. 中国建筑工业出版社, 2007.
- [5] 赵国藩主编, 周氏主审. 高等钢筋混凝土结构学[M]. 机械工业出版社, 2012.
- [6] 焦柯, 陆可风, 陈园然. 异形柱双向配筋的快速算法[J]. 建筑结构, 2000, 30(1): 32-34.
- [7] CiSDesigner: 筑信达钢筋混凝土构件设计软件(v1.0) 用户手册. 北京筑信达工程咨询有限公司, 2015.
- [8] 庄崖屏, 江见鲸, 荆树英, 叶知满编著, 陈肇元主审. 钢筋混凝土基本构件设计(第二版)[M]. 地震出版社, 1993.
- [9] 扶长生著. 抗震工程学——理论与实践[M]. 中国建筑工业出版社, 2013.
- [10] 李楚舒, 芮继东, 李立, 陈云波. 基于应变状态讨论我国钢筋混凝土梁正截面承载力设计存在的问题(讨论稿).
- [11] 李楚舒, 李立, 陈云波, 芮继东. 附加偏心距和 P- δ 效应相关规定的演化及讨论[J]. 第五届全国建筑结构技术交流会议论文集, 建筑结构, 2015, 45(S1): 562-567.

基于应变状态讨论我国钢筋混凝土梁 正截面承载力设计存在的问题 (讨论稿)

李楚舒, 芮继东, 李立, 陈云波

(北京筑信达工程咨询有限公司, 北京 100043)

[摘要] 从极限状态的应变出发, 探讨了我国钢筋混凝土梁正截面极限承载力设计方面存在的问题。指出钢筋最大拉应变限值与梁受拉钢筋最小配筋率具有物理上的关联; 参照 ACI 和 EC2, 提出了另一种梁的配筋方法, 在保证梁具有足够的延性条件下, 所增加的配筋量较小; 同时建议我国规范对抗震和非抗震采用相同的梁配筋方法和最小配筋率控制。

[关键词] 极限状态; 应变; 钢筋最大拉应变限值; 最小配筋率; 延性; 另一种梁配筋方法

Discussion of ultimate strength design for beam normal section based on its strain

Li Chushu, Rui Jidong, Li Li, Chen Yunbo

(Beijing Construction Information Solution Engineering Consulting Co. Ltd., Beijing 100043, China)

Abstract: Based on the strain, some issues on ultimate strength design for beam normal section was discussed. The limit of reinforcement tensile strain and the minimum ratio of reinforcement in beam, have physical relationship. According to ACI and EC2, an alternative method for beam design was proposed. By this method, the increase of reinforcement is small, however, could keep the ductility of beam sufficiently. Suggestions of same the minimum ratio of reinforcement and same method for beam reinforcement calculation in both seismic and non-seismic design were also proposed.

Keywords: ultimate state; strain; limit of reinforcement tensile strain; minimum ratio of reinforcement; ductility; an alternative reinforcement calculation method for beam

0 引言

极限强度理论的基本原则就是求出截面在承载力极限状态时的极限承载力(如 M_u, V_u, N_u 等), 然后控制作用于截面的内力设计值(M, V, N 等)不大于极限承载力。钢筋混凝土构件正截面承载力的计算方法比较成熟, 它采用平截面假定等几个基本假定, 通过静力平衡和变形协调条件, 建立起计算模式, 力学概念明确, 计算精度高, 适用范围较广。目前包括我国在内的大多数国家的结构设计规范均采用此方法。

因为梁正截面设计较为简单且成熟, 只考虑截面内力设计值 M , 一般不考虑与其他内力的相互作用问题, 所以梁设计是结构工程专业学生接触到的第一个钢筋混凝土构件设计问题。但如果疏忽了截面极限状态应变分布, 也容易犯错。

文献[1]对柱正截面的P-M-M曲线进行了探讨, 本文将就对梁正截面设计进行分析和讨论。与柱P-M-M曲线一样, 梁的极限状态应变 C 也由5号线和6号线来控制, 如图1所示。

在图1中, 5号线是上表面混凝土应变为 ε_{cu} , 下部钢筋应变为 ε_y ; 6号线是上表面混凝土应变为

ε_{su} , 下部钢筋达到最大拉应变 ε_{su} ; 梁截面应变极限状态线 C 线位于5号线和6号线之间。 a 是下部钢筋到截面下边缘的距离, a' 是上部钢筋到截面上边缘的距离。

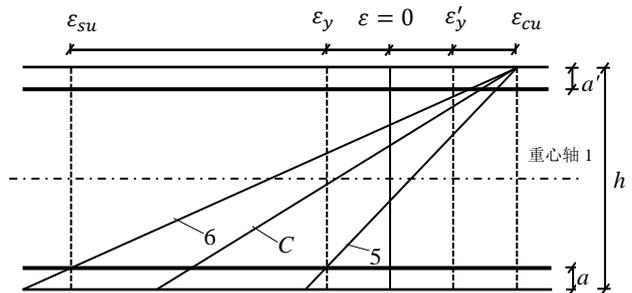


图1 梁正截面极限状态的应变

从破坏形态上讲, 当截面的应变线 C 位于5号线和6号线之间时, 为“适筋破坏”; 当截面应变线 C 越过5号线, 为“超筋破坏”; 当截面应变线 C 越过6号线, 为“少筋破坏”。一般称5号线为“平衡破坏”。

梁正截面设计的基本假定还是平截面假定, 采用极限状态的应变分布, 混凝土达到受压 ε_{cu} 破坏, 为了保证钢筋发挥强度和截面具有足够的延性, 我

国采用的设计原则是, 钢筋必须进入屈服, 即, 确保等效相对压区高度不大于临界等效相对压区高度 $\xi \leq \xi_b$ 。

当 $\xi > \xi_b$ 时, 说明单筋截面无法满足承载力的要求, 须配置为双筋截面 (或更改截面)。

对梁的每个控制截面进行配筋计算, 正弯矩配置底部钢筋, 负弯矩配置顶部钢筋 (需要考虑最小配筋率的要求)。然后对每个截面的底部和顶部钢筋分别取包络, 最后再进行实际的选筋 (需要考虑最大配筋率的要求)。

1 梁最小配筋率要求与钢筋最大拉应变限值

在文献[1]中, 已经初步讨论了钢筋最大拉应变 ε_{su} 的问题。

我国混凝土结构设计规范 GB50010-2002/2010 (以下简称为 02 规范和 10 规范) [2] 对钢筋极限拉应变的解释为 “对非均匀受拉构件, 混凝土的极限压应变达到 ε_{cu} 或者受拉钢筋的极限拉应变达到 0.01, 就标志着构件达到了承载力能力极限状态”。

这条规定从 89 规范就有, 具有重大意义, 因为钢筋混凝土极限状态设计理论中, 必须包含这个限值, 从理论上讲才是完整的。而 ACI [3] 和 EC2 [4] 迄今为止, 尚无专门规定。但我国规范的取值却值得商榷。

采用我国规范最小配筋率进行控制的梁截面, 可以发现, 此时的钢筋最大拉应变早已超过规范的 0.01 限值。

由平衡关系和应变关系

$$\alpha_1 \beta_1 b x_n f_c = A_s f_y \quad (1)$$

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{x_n} = \frac{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_s}{h_0} \quad (2)$$

可以得到最小配筋率时的钢筋极限拉应变为:

$$\varepsilon_{su} = \left(\frac{\alpha_1 \beta_1 f_c}{\rho_{min} f_y} - 1 \right) \varepsilon_{cu} \quad (3-1)$$

我国 02/10 规范 [2] 对梁的最小配筋率 $\rho_{min} \geq \max\{0.2\%, 0.45f_t/f_y\}$, 假定是由后者控制, 将 $\rho_{min} = 0.45f_t/f_y$ 代入式(3-1), 可得出 $\varepsilon_s \approx 0.055$; 如果考虑抗震等级为一级框架梁的规定 [2][5], $\rho_{min} = 0.80f_t/f_y$ 代入, 可得出 $\varepsilon_s \approx 0.030$ 。(以上均取 $f_c = 10f_t$)

这意味着, 如果梁的设计按最小配筋率控制的话, 其承载力极限状态时的钢筋拉应变大大超出规范规定 0.01 的限值。

这就是传统的 “最小配筋率” 概念并没有与真正的 “少筋破坏” 状态联系起来 (只是与出现裂缝的开裂弯矩相关联)。我们都知道 “少筋破坏” 的含义就是混凝土没压坏之前, 钢筋就拉坏了, 可没有从数量上定义什么时候钢筋拉坏, 这就是钢筋的

最大拉应变限值问题。

同样可以对 ACI 规范的最小配筋率规定

$$(\rho_{min} \geq \max\{0.25\sqrt{f_t}/f_y, 1.4/f_y\}),$$

采用我国规范的符号及单位制重写; 可以知道 ACI 的最小配筋一般由 $1.4/f_y$ 控制, 可以推演出钢筋最大拉应变约为 0.026 (ACI 中 $\varepsilon_{cu} = 0.003$, $\alpha_1 = 0.85$, $\beta_1 = 0.85$, 承载力公式要考虑折减系数 $\phi = 0.9$)。

虽然 ACI 在最小配筋率时的钢筋拉应变比我国规范要小, 但也都大大超过 0.01 的限值。

站在截面极限状态的角度上, 梁的最小配筋率要求是与钢筋最大拉应变限值是具有物理意义上的对应关系的。需要反思这两个控制量的定义。钢筋最大拉应变限值对柱的 P-M-M 的形状影响较小, 但却是 “偏压” 和 “偏拉” 的界限划分 [1]。

1.1 梁最小配筋率要求

在以往的钢筋混凝土构件设计原理中, 都将梁的最小配筋率定义为 “按 ρ_{min} 的钢筋混凝土受弯构件, 在开裂后所能承受的极限弯矩 M_u 等于相同截面强度素混凝土梁的破坏弯矩 (即开裂弯矩)” [6], 美国亦是如此 (见 ACI 10.5.1 的条文解释)。

我们从学钢筋混凝土原理的那天开始, 就将上述原则作为一条毫无异议的 “定理”, 但就是这条 “定理”, 却值得探讨。首先, 这样定义的最小配筋率, 实质上是满足 “不开裂”, 也就是说这是正常使用极限状态, 而非承载力极限状态的最小配筋率; 其次, 用非配筋梁来 “等代” 配筋梁, 在研究对象上就 “挪换” 了概念。 “开裂弯矩” 对素混凝土梁来讲, 是其极限状态承载力, 但对钢筋混凝土梁来讲, 却尚处于 “正常使用” 状态, 一般远未达到其 “承载力极限状态”, 从截面应变来看, 因为此时下表面混凝土的拉应变达到极限拉应变 ε'_{cu} , 上表面的混凝土压应变也只达到了 ε'_{cu} 这个数值 (因为是配筋量较少, 可以认为截面重心与中心重合, 即, 在开裂之前弹性阶段的压区高度基本不变), 一般将混凝土的 ε'_{cu} 视为 ε_{cu} 的十分之一左右。

因此, 从这个意义上讲, 中美规范 (包括其他所有规范) 都没有给出在承载力极限状态下的最小配筋率要求。如前所述, 这个要求是与钢筋最大拉应变限值直接关联的: 如果按承载力极限状态规定了最小配筋率, 就可以得出钢筋最大拉应变限值, 反之亦然。虽然我国从 89 规范开始, 给出了钢筋最大拉应变的限值, 这是一个很大进步, 但 0.01 的数值却与最小配筋率没有任何联系, 直接造成了规范条文间的相互矛盾。

顺便指出, 对梁的最小配筋率的定义和计算, 应当采用 bh_0 (即有效高度, 对矩形截面和 T 形截

面都如此)来量度,这是梁正截面设计理论所决定的。采用 h 一定是经过了近似换算,似乎方便了工程使用,但丢失了物理意义。

1.2 钢筋最大拉应变限值

如前所述,最小配筋率与钢筋最大拉应变限值本质上是一回事,但从概念上讲,是应该先有钢筋最大拉应变限值,才能得出最小配筋率。即

$$\rho_{min} = \frac{A_s}{bh_0} = \frac{\alpha_1 \beta_1 \varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{su}} \times \frac{f_c}{f_y} \quad (3-2)$$

钢材的极限拉应变可以达到 0.2,但钢筋混凝土构件中的钢筋最大拉应变显然要考虑混凝土与钢筋的粘结协同工作。同时,很重要的一点就是要满足考虑钢筋混凝土构件极限承载力理论中的“平截面”假定。要确定钢筋最大拉应变,首先要从试验入手,结合理论分析(可借助数值模拟),考虑安全度等因素,才能得出满足设计需要的正确限值。

对钢筋与混凝土的粘结强度,国内外相关学者进行了大量的研究(可以参见教材[7][8]相关章节)。

下面通过两种极简化的方法,来对这个限值建立初步的概念。

1) 采用平均裂缝间距 l_{cr} 段钢筋的平均应变

这个模型中钢筋应变发生在三段:裂缝宽度 w ,粘结滑移段和无滑移段。作者仅从可以参考的文献资料得出 $\varepsilon_{su} \approx 0.02$ 。

2) 限制混凝土受压区高度

钢筋极限拉应变还应该与混凝土受压区高度的取值有关,如果混凝土压区高度极小,可以视其为混凝土全部压坏,截面将丧失承载能力。比如限制压区高度 $x_n \geq 0.1h_0$,可以得到此时的 $\varepsilon_{su} = 9\varepsilon_{cu} = 0.03$ (虽然出发点不同,但这个结论与抗震规范对一级框架梁最小配筋率要求几乎一样)。限制混凝土受压区高度,也可理解为满足“平截面”的要求。

故,大概直观地判断,钢筋受拉应变限值可以在 0.02 至 0.03 之间。

1.3 评述

(1) 站在正截面承载力极限状态的角度来看,梁的最小配筋率与钢筋最大拉应变限值具有物理上的内在关联性(式(3-1)或式(3-2))。而且这样规定的最小配筋率一定是以 f_c/f_y 的形式给出,而非 f_t/f_y 。

(2) 现行钢筋混凝土理论中对梁的最小配筋率要求,其实是基于开裂的正常使用极限状态的规定,也就是所谓的“构造”配筋,不能与承载力极限状态所要求的最小配筋率等同起来。如果在截面承载力设计/校核中,出现了低于承载力最小配筋率要求的情况(可以写出这种情况下的承载力最小弯

矩值作为判据),其实说明了截面不由承载力控制而已(比如应减小梁的截面,或者截面尺寸本来就是建筑的要求)。

(3) 从 89 规范开始,我国对钢筋最大拉应变限值作出规定,是比 ACI 和 EC2 规范都更具有进步意义的。但此限值应当根据试验、理论分析及数值模拟来重新审视。

(4) 依据平截面假定,可以把防止“超筋破坏”和“少筋破坏”的适筋梁用下式来进行等效压区高度的计算控制:

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{su}} \beta_1 h_0 = \xi_t h_0 \leq x \leq \xi_b h_0 = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_y} \beta_1 h_0 \quad (3)$$

式中 $\xi_t = \beta_1 \varepsilon_{cu} / (\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{su})$,其含义是最小受压区高度的指标,可以对应为梁在承载力极限状态下的最小配筋率要求。

(5) 我国规范^{[2][5]}的最小配筋率要求,都对抗震设计提出了专门的规定。如果从构件正常使用极限状态来讲,最小配筋率只是控制截面开裂之目的,抗震与非抗震是没有区别的。这从另外一个侧面说明了我国规范对最小配筋率的处理上存在矛盾。ACI 没有区别对待抗震或非抗震,但这并不意味着 ACI 对最小配筋率的规定不存在问题,如前所述,ACI 也是采用相同的最小配筋率概念。

2 梁设计的几个典型问题

由于钢筋混凝土梁的理论体系最为成熟,梁又是最常见的构件,普遍观点都不会认为梁的设计会有什么问题。本节选取几个典型问题进行分析,相信读者阅读之后会有自己的思考和判断。

2.1 梁设计的最大压区高度

梁设计的最大压区高度可以对应于单筋截面梁的最大配筋率。

在教材[7]中,对我国规范(包括水工规范)和 ACI 及英国 BS 规范的单筋截面梁最大配筋率进行了分析,得出“ACI 相当于要求满足 $\xi \leq 0.75\xi_b$ 、英国 BS 规范相当于 $\xi \leq 0.79\xi_b$ ”的结论。需要指出的是,2002 年以后 ACI 规范对此规定进行了调整。

2002 年之后 ACI 的控制原则是 10.3.4 条^[3],要求受拉钢筋应变不应低于 0.005。以此为据,可以推算出,ACI 相当于要求满足 $\xi \leq 0.58\xi_b$ 。

欧洲 EC2 规范的控制原则是 5.5 条^[4],对 C50 以下的混凝土, $x_n/h_0 \leq 0.448$,换算得出 $\xi \leq 0.64\xi_b$ (还可以推算出 EC2 对钢筋应变的要求不低于 0.0043,这与 ACI 基本相当)。

注意:上述的 ξ_b 是采用 ACI 和 EC2 自己的参数得到的(都是对应压区混凝土应变为 ε_{cu} ,受拉钢筋应变为 ε_y),数值上与我国规范并不相等,但概念是一致的,可以作为参照对比。

可以看出,我国规范对“防止超筋破坏”采用临界点 ξ_b 来控制,虽然极限地利用了钢筋拉力对截面承载力的贡献,却对截面的延性降到了最低值(钢筋屈服与混凝土压坏同时发生,曲率 $\varphi = \varphi_b$)。这与我国以往较低的社会整体经济水平相关,对钢材的利用发挥到极致,造成截面延性严重不足;站在当前我国经济发展水平来看,应该重新审视这个问题,在钢材用量和截面延性之间找出新的平衡点。

2.2 梁的另一种配筋方法

如果我们参照 ACI 和 EC2 的设计原则(参见 ETABS 设计手册 ACI 和 EC2 分册^[11]),首先确保受拉钢筋要达到某一应变值,使得截面具有足够的延性,比如 $\varepsilon_{s0} = 0.005$,会给设计带来怎样的影响,下面进行分析。

将此种设计方法称为“方法 1”,我国原先的设计方法称为“方法 0”。

单筋梁钢筋应变达到 ε_{s0} 和 ε_y 时的压区高度 x_{n0} 、 x_{nb} 和对应的极限弯矩 M_0 、 M_b ,分别为:

$$x_{n0} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{s0}} h_0 \quad (5-1)$$

$$x_{nb} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_y} h_0 \quad (5-2)$$

$$M_0 = \alpha_1 \beta_1 b f_c x_{n0} \left(h_0 - \frac{\beta_1 x_{n0}}{2} \right) \quad (6-1)$$

$$M_b = \alpha_1 \beta_1 b f_c x_{nb} \left(h_0 - \frac{\beta_1 x_{nb}}{2} \right) \quad (6-2)$$

显然, $M_0 < M_b$ 。

假定采用常用材料(C50 以下的混凝土, HRB335 钢筋($\varepsilon_y = \varepsilon'_y = 0.0015$)), $a' = 0.1h_0$, 则上两式可以化简为:

$$M_0 = 0.2675bh_0^2 f_c \quad (6-3)$$

$$M_b = 0.3988bh_0^2 f_c \quad (6-4)$$

满足 A'_s 受压屈服的条件是:

$$a' \leq \frac{\varepsilon_{cu} - \varepsilon'_y}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_s} h_0 \quad (7)$$

一般情况下这个条件都能满足。如果 a' 不满足式(7),则需要采用钢筋实际的受压应变来计算应力。

1) 当设计弯矩值 $M \leq M_0$

显然,两种方法的配筋 A_s 一样。

2) 当设计弯矩值 $M_0 < M \leq M_b$

“方法 0”采用单筋梁设计,而“方法 1”将采用双筋梁设计。为了对比简便,考察 $M = M_b$ 的情形。

“方法 0”的配筋值为:

$$A_s = \frac{M_b}{\left(h_0 - \frac{\beta_1 x_{nb}}{2} \right) f_y} = 0.550bh_0 f_c / f_y \quad (8-0)$$

“方法 1”的配筋计算。抵抗 M_0 的下部钢筋为:

$$A_{s1} = \frac{M_0}{\left(h_0 - \frac{\beta_1 x_{n0}}{2} \right) f_y} = 0.318bh_0 f_c / f_y \quad (8-1)$$

抵抗 $(M_b - M_0)$ 的上部钢筋和下部钢筋为:

$$A'_s = A_{s2} = \frac{M_b - M_0}{(h_0 - a') f_y} = 0.146bh_0 f_c / f_y \quad (9-1)$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 0.464bh_0 f_c / f_y \quad (10-1)$$

$$A_s + A'_s = 0.610bh_0 f_c / f_y \quad (11-1)$$

可以看出,总配筋量“方法 1”比“方法 0”只多出不到 11%,但代表延性的截面曲率可以提升 73% (参见图 2)。

3) 当设计弯矩值 $M > M_b$

取 $M = 1.4M_b$ 来考察。

“方法 0”也要进行双筋设计,直接写出配筋结果:

$$A'_s = A_{s2} = 0.177bh_0 f_c / f_y \quad (12-0)$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 0.727bh_0 f_c / f_y \quad (13-0)$$

$$A_s + A'_s = 0.904bh_0 f_c / f_y \quad (14-0)$$

$$A'_s / A_s = 0.24 \quad (15-0)$$

“方法 1”,直接写出配筋结果:

$$A'_s = A_{s2} = 0.323bh_0 f_c / f_y \quad (12-1)$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 0.641bh_0 f_c / f_y \quad (13-1)$$

$$A_s + A'_s = 0.964bh_0 f_c / f_y \quad (14-1)$$

$$A'_s / A_s = 0.50 \quad (15-1)$$

总的配筋量“方法 1”比“方法 0”只多不到 7%,但代表延性的截面曲率依然可以提升 73% (参见图 2)。

之所以在上述求单筋 A_s 没有采用更直接的表达,而是用弯矩和力臂的方式,就是想给读者传递各部分钢筋抵抗弯矩的效率的信息。教科书和设计手册通常讲,一般不使用双筋截面,除了单筋超筋和由于负弯矩原因之外,因为“利用受压钢筋来协助混凝土承受压力是不经济的”^{[6][9]}。从上面的演算可以看出,由于双筋截面拉压钢筋之间的力臂大于混凝土等效压区中心至受拉钢筋的距离,因此配置双筋截面是比较能发挥钢筋的作用,这也是情况 3) “方法 1”比“方法 0”总配筋量的增加率比情况 2) 降低的原因。

图 2 是 CiSDesigner^[10]计算出来的梁弯矩一曲率关系图,图中分别绘制了当设计弯矩为 $M = M_b$ 和 $M = 1.4M_b$ 时,上述两种方法对所形成的截面配筋,可以清楚地看到它们的延性差异(虚线代表“方法 1”,实线代表“方法 0”)。

根据上述数据,容易得出图 2 中的 $\varphi_b = 0.0048/h_0$ 、 $\varphi_0 = 0.0083/h_0$, $\varphi_0/\varphi_b \approx 1.73$ 。

所以,就截面转动能力而言,“方法 1”比“方

法 0”增加 73%左右，具有更好的延性。

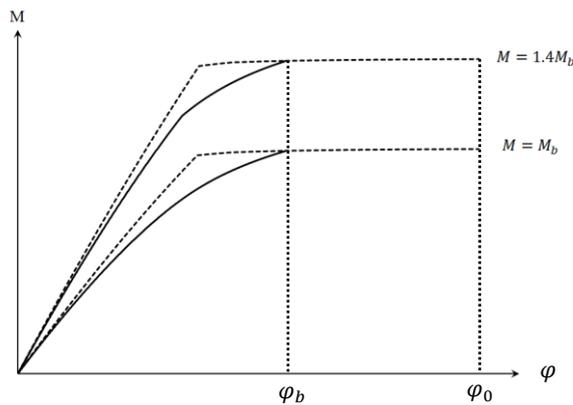


图 2 两种配筋方法梁截面的弯矩—曲率关系对比

国际工程界普遍采用两种方法来定义“延性比”：一种是总变形与弹性变形之比；另一种是总变形与屈服变形之比^[12]。为方便起见，这里采用第二种定义。对于“方法 0”，延性比为 1.5 左右（混凝土压应变达到 ϵ_0 为其屈服标志；钢筋应变达到 ϵ_y 为其破坏标志，同时混凝土压应变达到 ϵ_{cu} ）；对于“方法 1”，延性比为 2.6 左右（钢筋应变达到 ϵ_y 为其屈服标志；钢筋应变达到 ϵ_{s0} 为其破坏标志，同时混凝土压应变达到 ϵ_{cu} ）。

2.3 抗震设计的问题

我国规范对抗震设计有一套单独思路，对“梁端”这个局部部分，采用了与“方法 1”类似的方法^{[2][5]}。规范的解释是，由于要在梁端形成足够的塑性铰机制，所以要对此处的截面延性要有保障。对于一级抗震梁，规范的规定相当于取 $\epsilon_{s0} = 0.0073$ ，对于二、三级抗震梁，相当于取 $\epsilon_{s0} = 0.0042$ 。

可以看出，我国规范不是没有看到限制 $\xi \leq \xi_b$ 所造成的截面延性严重不足的问题，但又采取了区别对待的原则，不仅是抗震与非抗震采取了截然不同的区别，而且抗震的梁端与非梁端还采取了截然不同的区别。把抗震工程人为地“神话”了。难道由竖向荷载起控制作用的大跨、重型厂房，由风荷载控制的高层建筑，这些梁就不用保证截面的延性了吗？就连抗震的同一根梁，跨中的延性就不重要了吗？

如前分析的结论，采用“方法 1”对配筋的增加也就是 10%左右，而延性却得到极大的改善，为何我们的混凝土规范不统一采用这个显而易见的设计原则？以现在的国家经济能力来讲，多出 10%的梁纵向配筋会对整个工程的造价带来的影响应当在可承受的范围之内。

不仅是延性没有保障，还造成了我国规范对简单的梁构件设计如此繁琐和不统一。

再来看看规范具体条文的规定。

(1) 我国抗震规范^[5]在开篇的“术语与符号”里就定义了“抗震措施”和“抗震构造措施”，指出了抗力计算不属于抗震措施，而抗震构造措施是“一般不需要计算的”，是各种细部要求。但恰恰这条与混凝土设计规范 11.3.1 条相对应的抗力计算方法（虽然是配筋方法，实质上是抗力计算），却放在了 6.3 节“框架的基本抗震构造措施”的 6.3.3 条中，连“抗震措施”都不是。如果不通读我国的相关规范，不少年轻的工程师都不会特别关注这条放入抗规的 6.3.3 条（虽然是黑体字的强制条文），会理所当然地认为这是不需要计算的施工图阶段才要考虑的“构造措施”。因为大多数本科生教材对梁的配筋都只按“方法 0”来讲述，很少涉及到对抗震框架梁端的特别规定，虽然这个规定从 89 规范就有了；当然研究生的教材就更不会涉及到梁配筋计算这个“简单问题”了。

(2) 抗规 6.3.3 条第 2 款还要保证梁端底部和顶部的配筋面积比，从式(15-0)和(15-1)可以看出，采用“方法 1”就容易能达到这个要求，如果采用“方法 0”，无论如何都实现不了这个比例，必须在人为加大压区钢筋，反而比“方法 1”的整体配筋量更大。注：ACI 也有同样的规定，而且，对非端部的位置，顶部和底部钢筋均不应少于两端部顶部和底部钢筋最大值的 1/4^[3]。

(3) 对于一个工程来讲，即便是有地震作用，在设计组合里也会有非地震的组合，如果按字面理解，只需要对有地震参与的组合（梁端）按混凝土规范 11.3.1 来进行配筋设计，其余无地震参与的组合还是按“方法 0”来设计。问题在于，如果最终的配筋是由非地震组合控制的，工程师怎么办？另一种方案，只要是抗震设计，所有组合都按混凝土规范 11.3.1 来执行，这不就是“方法 1”么？

2.4 等效压区高度判别的问题

规范规定，如果按规范式(6.2.10-2)得到的等效压区高度 $x < 2a'$ 时（即 A'_s 未屈服的条件下），要采用规范式(6.2.14)来进行承载力设计与校核。这里需要注意规范式(6.2.14)的假定是^[6]：1、钢筋受压应变 $\epsilon'_s = 0.002$ ；2、混凝土压力中心点位于 A'_s ，即 $x = 2a'$ 。

对于现行规范中的钢筋， ϵ'_s 并非都是 0.002，取此值，对设计来讲是保守的，但如果在承载力校核中用 $x < 2a'$ 来判定 A'_s 是否屈服，则会有较大的偏差。规范式(6.2.14)虽然可以解释为混凝土压力中心点位于 A'_s ，也可以理解为不计混凝土压力。

这里对 A'_s 取矩，可以写出：

$$M = A_s f_y (h_0 - a') + \alpha_1 f_c b x \left(a' - \frac{x}{2} \right) \quad (16-1)$$

等式右边第二项 M_c 对 x 求导,

$$\frac{\partial M_c}{\partial x} = \alpha_1 f_c b (a' - x) \quad (16-2)$$

当 $x = a'$ 时, M_c 取得极大值, $M_{c,\max} = \alpha_1 f_c b a'^2 / 2$ 。

在截面校核中, 规范式(6.2.14)引起的最大误差, 是当 $A_s = \rho_{\min} b h_0$ 时。

将我国规范的 $\rho_{\min} = 0.45 f_t / f_y$ 代入, 可以得到规范式(6.2.14)理论上的最大误差约为 12% 左右。

3 结论和建议

(1) 钢筋最大拉应变限值采用正确合理的数值, 这对完善我国钢筋混凝土结构设计理论体系意义重大。与之相对应的极限承载力设计的最小配筋率才是真正防止少筋破坏的准则。

(2) 采用类似 ACI 和 EC2 对钢筋混凝土梁配筋设计的方法 (“方法 1”), 在确保受拉钢筋应变的前提下进行梁的配筋设计, 以保证梁具有足够的延性。对梁的延性要求没有必要区分抗震与非抗震, 统一的设计思路对保证延性和简化设计都有积极意义。

致谢

在本文撰写过程中, 得到美国 CSI 公司对 ACI 和 EC2 相关技术问题的帮助; 在定稿过程中, 收到国内学术界和工程界朋友们中肯、宝贵的建议, 在此一并表示感谢。

参 考 文 献

- [1] 李楚舒, 陈云波, 芮继东, 李立. P-M-M 相关面的生成及其形状讨论 (讨论稿) .
- [2] GB 50010-2010 混凝土结构设计规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2010.
- [3] ACI, Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-11) and Commentary [S]. America Concrete Institute, 2011.
- [4] EC2, Eurocode 2: Design of Concrete Structures – Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings (EN 1992-1-1) [S]. European Committee for Standardization, 2004.
- [5] GB 50011-2010 建筑抗震设计规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2010.
- [6] 庄崖屏, 江见鲸, 荆树英, 叶知满编著, 陈肇元主审. 钢筋混凝土基本构件设计 (第二版) [M]. 地震出版社, 1993.
- [7] 赵国藩主编, 周氏主审. 高等钢筋混凝土结构学[M]. 机械工业出版社, 2012.
- [8] 江见鲸, 李杰, 金伟良主编. 高等混凝土结构理论[M]. 中国建筑工业出版社, 2007.
- [9] 国振喜. 简明钢筋混凝土结构计算手册 (第 2 版) [M]. 机械工业出版社, 2012.

- [10] CiSDesigner: 筑信达钢筋混凝土构件设计软件 (v1.0) 用户手册. 北京筑信达工程咨询有限公司, 2014.
- [11] Computers & Structures Inc. ETABS 2013 Manual: Concrete Frame Design ACI 318-11 [M]. Berkeley, California, USA, 2013.
- [12] POWELL G H. Modeling for Structural Analysis: Behavior and Basis [M]. Berkeley, California, USA, 2010.